
NÉ MIEI DOLCI STUDI M'ACQUETO
EX LIBRIS
CAROLI VIGANÓ

ARITMETICA PRATTICA

COMPOSTA DAL MOLTO Reuer. Padre Christoforo Clauio Bambergense della Compagnia di IESV.

Et tradotta da Latino in Italiano dal Signor Lorenzo Castellano Patritio Romano.

CON LICENTIA DE I SVPERIORI.

[redacted] [redacted]

IN ROMA,
Nella Stamperia di Domenico Basa.
M. D. LXXXVI.

AL MOLTO REVERENDO PADRE CHRISTOFORO CLAVIO

DELLA COMPAGNIA DI GIESV.

POI che volendo la P. V. lodare, & celebrare l'Aritmetica con l'autorità di Platone, viene à cõfirmare quel che dice nell'Epinomide, & più ampiamẽte nel settimo della sua Republica, che leuandosi questa mirabil dottrina dal mondo, si leuarebbe insieme & la prudenza humana, & il vincolo istesso del commertio, & conuersatione de gl'huomini; hò pensato per la regola de i cõtrarij, che si come sarebbe di grãdissimo danno il tor uia questa sciẽza, così deui essere di grandissimo giouamento il facilitare il modo, & la uia d'acquistarla, & di potersene seruire; & si come la P. V. cõ hauer ridotto à certi capi, & à regole più facili i suoi precetti, hà uoluto cõ questo libro della Prattica Aritmetica far utile al mondo, dando animo à chi si diletta di questo studio di ſeguitare più ſicuramente con la guida ſua, & col lume de ſuoi documēti il camino, & impreſa delle coſe matematiche; così io non potendo con altro moſtrare il medeſimo deſiderio di giouare, mi ſono sforzato di farlo cō la traduttione di queſta ſua nō meno utile, che uaga & diletteuole operetta: accioche ancor quelli che non poſſeggono la lingua latina, poſſano in queſta noſtra uolgare, godere il frutto delle fatiche di V.P. & nō reſtare defraudati della buona intentione, c'hà di giouare à ciaſcuno. Il che ho fatto anco tanto più uolontieri, quanto che con queſta mia nuoua eſſercitatione, parmi hauer fermato non sò come, & ſolidato nella memoria tutto quell'acquiſto, che mi trouo hauer fatto nell'hauer ſentito le medeſime coſe dalla uiua uoce di V. P. & inſieme uengo anco à moſtrarmi grato (finche con ſegni più efficaci poſſa farli conoſcere il buon animo mio) delle fatiche amoreuoli fatte per me, & di continoui fauori, c'ho riceuuto da lei, con aiutare (quanto per me ſi può) la buona mente ſua, & l'ardentiſſimo deſiderio che tiene di compartire à gl'altri le ſue uirtù, & d'eſſercitare

tare à benefitio publico il talento che Dio gl'ha dato. Da queſto dunque mi ſono moſſo à tradurre detta ſua operetta nella mia lingua natìa, non ſenza ſperanza (piacendo à Dio) di far anco il ſimile nell'altre di piu fatica, & piu ſtudio, come dire del ſuo Euclide, & della ſua Sfera, ſe tanto varranno le forze mie, & ſe da queſto debol principio conoſcerò, che le ſia grato queſto mio proponimento, onde poſſa pigliar animo à tentar coſe maggiori. Per queſta medeſima cauſa parimente de gl'oblighi che le tengo, ho voluto anco dedicarla alla P. V. parendomi honeſto, ch'eſſendo tutto ſuo quel poco dell'acquiſto, ch'ho fatto nella profeſſione di queſte coſe matematiche; ſia ancora ſuo il frutto, & tutto quello, che da me poſſa mai naſcere con l'aiuto di queſto ſtudio. Non ho voluto ponto obligarmi alla politezza della lingua, ne alla ſcelta delle parole Toſcane, non ſolo per non eſſer di mia profeſſione, (giudicando hauer fatto aſſai ogni volta ch'io ſia inteſo da chi ben intende la lingua commune Italiana) ma ancora per che mal ſi può nel trattar delle ſcienze, & di queſta particolarmente, doue ſono ter-

 mini

mini proprij (che non si possono lasciare, nè esprimer altrimenti, che con le medesime voci de gl'Autori) attendere molto alla vaghezza del dire, & all'elettione delle parole, essendo più tosto necessario osseruar la proprietà, che la bellezza della locutione. Ho ben preso sicurtà in alcuni luoghi d'ampliare, & dichiarare più largamente il concetto suo, senza punto discostarmi (ch'io creda) dal vero senso, recordandomi d'hauer molte volte sentito dire alla P. V. che non era in tutto contenta d'hauer così seccamente passate molte cose che pareua à lei ricercassено più ampia dichiaratione. Accettila dunque per segno della mia gratitudine, & della deuotione che tengo à lei, & alla sua nobilissima, & santa Religione, dalla quale riconosco, se alcuna virtù è in me, che mi faccia degno dell'affettione, & amor particolare ch'ella mi porta. Et con questo fine le bacio le mani. Di Roma il primo di Marzo M. D. LXXXVI.

Di V. P. molto Reuerenda

Seruidore

Lorenzo Castellano.

AL LETTORE SALVTE.

ANCORCHE la cognitione di tutte le cose Matematiche mi diletti sommamente, nondimeno prendo gusto particolare, & piacere incredibile dell'Aritmetica: & ciò auuiene non solo per una certa sua eccellenza, & dignità, ma ancora, perche senza l'Aritmetica, come io mi persuado, nissuna sciẽza, come ardisce di dir Platone, ne la stessa compagnia, & adunanza de gl'huomini si può conseruare: imperoche occorre ogni giorno nel le facende, & ne' trafichi, con i quali quasi si mantiene l'amicitia, et congiuntione de gl'huomini, che bisogna dare, et domandar conto del riceuuto, & dello speso, far bilanci, diuidere vn numero vgualmente, ò disugualmente in piu parti, seruando però una certa proportione, far diuerse ragioni, nelle quali cose non è manco dannoso, che vituperoso, l'ingannare altri, che restar ingannato, onde benche troppo audacemente, fu però ben detto da Platone, che chi leuasse dal mondo l'Aritmetica, leuarebbe insieme ancora & ogni prudenza, &

ogni humanità, non si potendo conseruare senza quella ne le cose publiche, ne le priuate; anzi tutte l'altre scienze sono talmente fondate nell'Aritmetica, che non par che questa possa cadere, senza che quelle dalla sua rouina non restino grauemente dannificate & guaste. Perche ne l'Astrologo, ne il Geometra farà al mondo probabili le sue speculationi, che habbino non solo la verità, ma ancora il diletto congiunto con l'utile, se non hauerà bene impressa nell'animo la natura di tutti i numeri: Imperoche per ogni picciolo errore che faccia nel computare, vedrà grandissima rouina dell'altre cose. Et per questo il Prencipe de gl'ingegni Platone voleua che questa fusse come prima porta di tutte l'altre dottrine, non solo perche quelle senza i numeri sono niente, ma ancora perche nel trattar de i numeri s'abbellisce l'animo, & si prepara à riceuere i semi di tutte l'altre scienze. Inuaghitomi dunque della bellezza di questa scienza, già tutto mi diedi ad inuestigare la natura di tutti i numeri per potere, come l'hauesse bene intesa, & capita coll'intelletto, illustrarla poi con le lettere, & ridurre li precetti dell'Aritmetica, et le regole dell'Algebra, (cosa non da tutti ben intesa) de quali à pena trouerai cosa piu bella ò piu nobile

nobile al mondo, à certi capi, & piu facili dimostrationi, à fin che ogn'uno l'intendesse, & se gli facesse familiari. Cosa veramente bella, ma di molta fatica, & di molto tempo. Hora mentre vò riuedendo, & cerco di limare, & ripolire quest'opra, cominciai à mettere insieme per mio vso in vn libretto separatamente tutte quelle cose, che in varij libri haueuo trouate sparse per hauerle alla mano, & per dichiararle à miei Auditori. Perche gl'Autori che fin qui hanno trattato dell'Aritmetica, ò con la moltitudine de' precetti hanno messo ogni cosa in confusione, ò con la breuità l'hanno di sorte fatta oscura, (in che non intendo però di far preguiditio ad alcuno) che in questa scienza i principianti à pena trouano chi poter seguire per lor maestro, ò lor guida. Di questo libretto, essendo non so come vscito delle mie, & venuto in mani d'altri, fui pregato strettamente da persone d'autorità di far parte à molti, mostrandomi che sarebbe vtile assai, & caro à tutti li studenti, et particolarmente à quelli che frequentano le nostre Scole; all'vtilità de' quali il non voler prouedere, non è cosa da huomo che habbia dedicato se stesso, & ciò che ha, alla gloria di Dio, & al benefitio, & commodo del prossimo. Onde persuaso, & mosso dalle

dalle preghiere, & dall'autorità di questi, ho deliberato mandar fuora il presente libretto, qual desidero (lettore) che ti piaccia riceuere con quell'animo, col quale io lo dò, & che d'esso ti serui, fin che venga in luce quell'altra maggior opra, che piacendo à Dio spero sia per esser in breue. Stà sano.

DEL

DEL MODO DI NVMERARE LI NVMERI INTIERI.

Cap. Primo.

IL numerare è vn disporre, & ordinare qualunque numero proposto co i proprij caratteri, & figure: Et anco è vn esprimere la valuta di qual si voglia numero co i proprij caratteri disposto, & ordinato.

Che cosa sia Numerare.

Et per rappresentare tutti i numeri, vsano gli Aritmetici dieci caratteri, o vero figure, cioè.

Dieci figure di numeri.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0.

Delle quali figure le prime noue si domandano significatiue, perche ognuna di loro significa tante vnità, quante contiene il luogo, che ella nel proposto ordine tiene. Come per essempio, questa figura 6. significa sei vnità, perche è posta nel sesto luogo, & così di tutte l'altre. Ma la decima, & vltima, per se stessa niente significa, & si domanda cifra o zero: accresce però il significato, & il valore dell'altre figure, come da quel, che seguirà, sarà manifesto.

In qual si voglia numero, che si scriue con più figure, tanti sono li luoghi, quante sono le figure, ò siano significatiue, o nò: & il primo luogo, ò vero figura è quella, ch'è l'vltima verso la parte destra, & il secondo luogo, ò vero secunda figura è quella, che gl'è più vicina seguẽdo verso la banda sinistra: talche quel luogo ò vero figura si dirà esser l'vltima, che sarà prima nella banda sinistra. Come quì 4352. la prima figura è 2. & l'vltima è 4. Ma se ciascuna di queste figure separatamente rappresentarà vn numero, in questo modo. 4. 3. 5. 2. la prima figura

Quãti luoghi siano in qual si voglia numero.

Prima & vltima figura in qual si voglia numero quale sia.

sarà

L'ordine de'luoghi i qual si voglia numero perche si cominci dalla banda destra caminãdo verso la sinistra.

sarà 4. & l'vltima 2. La causa perche l'ordine de i luoghi,& delle figure in qual si voglia numero si cõminci dalla banda destra, caminando verso la sinistra, è perche dicono l'Aritmetica essere stata ritrouata da Fenici, quali vsauano di scriuere dalla banda destra verso la sinistra, secondo il costume de gli Hebrei, Arabi,& Caldei.

Che significhi ciascuna figura in vn dato numero.

Le figure in qual si voglia numero nell'ordine loro si superano in proportione decupla.

Ciascuna figura posta nel primo luogo rappresenta semplicemente se stessa: nel secondo luogo significa se stessa dieci volte:nel terzo cẽto volte:nel quarto mille volte: nel quinto diecimille volte:nel sesto centomille volte, & cosi seguendo in infinito: Di maniera che i luoghi nell'ordine loro si superano l'vn l'altro in proportione decupla, cioè il primo è superato dal secondo dieci volte, & così il secondo dal terzo,il terzo dal quarto.&c. Come qui 34567. la prima figura cioè 7. significa solamente sette vnità: la seconda ch'è 6. sessanta vnità, cioè dieci volte sei: la terza ch'è 5. cinquecento vnità, cioè cento volte cinque:la quarta che è 4.quattromille vnità,cioè mille volte quattro:la quinta ch'e 3. trentamille vnità, cioè diecimille volte tre. Si che tutto quel numero s'harà da proferir in questo modo; trentaquattromilia, cinquecento, sessantasette. Nel medesimo modo si potrà proferir qual si voglia altro numero, se diligentemente si considerarà, quante volte ciascuna figura posta in diuersi luoghi significhi se stessa.

Che si habbia da osseruar per facilitare la numeratione.

Ma per facilitare la numeratione,sarà ben diuidere il numero in membri,in questo modo. Pongasi vn põto sopra la prima figura da man destra, & doppo andando verso la sinistra, e lasciate due figure, pongasi vn'altro ponto sopra la figura che segue, posta nel quarto luogo. Et così per ordine,lascian do sempre due figure senza ponti, scriuasi vn ponto sopra quella che segue, come qui sotto vedrai.

$$\dot{4}2\,3\dot{2}9\,0\dot{8}9\,5\dot{6}2\,8\dot{0}0$$

Perche ciascuna figura sotto qual si voglia ponto con

to con le due altre inanzi à lei verso la parte sinistra,constituisce vn membro: Talche ogni membro sia di tre figure, eccetto l'vltimo membro verso la parte sinistra, che alcuna volta può hauer vna figura sola, cioè posta sotto'l ponto: come auuerrebbe nel proposto essempio in cinque membri compartito, se si togliesse via l'vltima figura, ch'è 4. Et alcuna volta il medesimo membro, nè può hauer due sole figure,come nel proposto essempio. Questi ponti si potranno anco porre di sotto'l numero,& haueranno il medesimo effetto.

Fatto questo,per esprimere ciascun numero,basta esprimere separatamente ogni membro da per se, del quale la prima figura significa vnità, la seconda decine d'vnità, & la terza centinaia: Ma dopò la pronontiatione di qual si voglia membro si debbe aggionger questa voce [Mille] tante volte, quanti membri seguitano quello che si pronuntia. Di modo però che la prima volta si dica migliaio,ò migliaia,& dipoi sempre si dica di migliaia, come hor hora sentirai.

Quel membro, ch'è l'vltimo verso la parte sinistra,è il primo ad esser proferito; & quello ch'è primo dalla parte destra, è l'vltimo: Cosi adunque si ha da proferire il numero poco fà proposto. Il primo membro,ch'è 42. si pronuntiarà così; quaranta due migliaia di migliaia di migliaia di migliaia; tal che questa voce[migliaia]si senta quattro volte per amor delli quattro membri, che seguono quel ch'è proferito.

Il secondo membro cio è 329.così,trecento vinti noue migliaia di migliaia di migliaia.

Il terzo membro,ch'è,0 8 9.così;ottantanoue migliaia di migliaia.

Il quarto membro,ch'è 562. così; cinquecento sessanta due migliaia.

Il quinto membro finalmente, cioè, 800. così; ottocento.

Ci si renderà ancor più facile la numeratione,se in luo-in luogo del ponto si porrà o. & 1. in luogo del secondo, & 2. in luogo del terzo, & 3. in luogo del quarto, & così in infinito: si come si vede nell'istesso essempio qui sotto.

4 3 2 1 0
42329089562800

IMPERÒ che in questa maniera facilmēte s'intende, quante volte la voce [Mille] s'habbia à porre nel proferire di ciascun membro: Douendosi porre tante volte, quante vnità si contengono nella figura posta sopra il membro, che si deue proferire.

HORA se secōdo il costume d'Italia vorremo vn migliaio di migliaia chiamare millione, con manco parole, & forse piu significantemente, esprimeremo qual si voglia numero proposto, diuidēdolo in maggiori membri, in questo modo. Sopra la prima figura da man destra si ponga o. & di poi, lasciate cinque figure di mezzo, sopra là seguente figura, che tiene il settimo luogo, si ponga 1. & dopò questa, lasciate di nuouo cinque figure, si ponga 2. sopra la figura che occupa il terzodecimo luogo, & cosi successiuamente lasciate sempre cinque figure, si ponga 3. 4. 5. &c. Si come qui nell'essempio medesimo si vede fatto.

2 1 0
42329089562800

CIASCHEDVN mēbro cōtiene sei figure, (eccetto l'vltimo, che ne può hauer vna, due, tre, quattro, ò cinque solamente) lequali tutte insieme si hanno da proferire, & dopò la prolatione di qual si voglia membro, si deue aggionger tante volte la voce millione, quante sono l'vnità che si contengono nella figura posta sopra il membro. La prima volta però si dica millione ò millioni, & di poi sempre si dica di mil-

millioni: Et acciò ciascun membro piu facilmente si proferisca, mettasi vn ponto sotto la quarta figura di quello, il quale significarà in quel luogo esser le migliaia.

ADONQVE l'essempio proposto di sopra in questo modo s'hauerà da proferire; Quarantadue millioni di millioni, trecento vintinoue migliaia di millioni, ottantanoue millioni, cinquecento sessantadue migliaia, ottocento.

DEL MODO DI AGGIONGERE ò sommare li numeri intieri insieme. Cap. II.

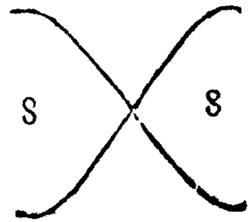
L'aggiongere ò sommare che cosa sia.

L'AGGIONGERE ò sommare è raccorre due, ouero più numeri in vna somma.

Li numeri che si sommano, in che modo si hanno da collocare.

LI numeri che s'hanno da sommare insieme, si hanno da porre di tal maniera, che l'vno posto sotto l'altro, le prime figure rispondino trà di loro, & così le seconde, le terze, & le quarte, &c. dimodo che il mancamento d'esse, se pur vi sarà in qualche numero, si veda dalla banda sinistra, come dire, questi numeri da sommarsi, s'hanno da porre, come qui apparisce.

710654
8907
56789
880
777230



In che modo si faccia la somma.

ET tirata di poi vna linea sotto li numeri, che si deuono sommare, si raccorrano prima tutte le prime figure tra di loro, & il numero prodotto, se si potrà scriuere cō vna sola figura, si porrà di sotto della linea, e sotto le prime figure; ma se si dourà scriuere il prodotto con due figure, si porrà la prima di quelle, & l'altra si serbarà per aggiongerla alle seconde figure,

gure, che si doueranno sommare trà loro. Doppo questo nel medesimo modo si raccolgono le seconde figure, aggiontaui prma quella, ch'era riseruata, (se però alcuna è riseruata,) & così delle terze, quarte, & l'altre. Mà se dalla raccolta dell'vltime figure si comporrà vn numero, che s'habbia da scriuere con due figure, si doueranno all'hora mettere tutte due sotto la linea, senza riseruatione alcuna, per esser finita turta la raccolta da farsi. Come per essempio. Nelle prime figure delli proposti numeri o. & 9. fanno 9. aggiógo 7. & fò 16. aggiógo 4. & fò, 20. Pongo dunque sotto le prime figure il o. & riserbo 2. Dapoi nelle seconde figure, del 2. ch'hauemo serbato, & 8. si fanno 10. aggiongo 8. & si fanno 18. aggiongo o. & pur si fanno 18. aggiógo 5. & si fanno 23. Pongo dunque 3. sotto le seconde figure. & riserbo 2 Dopò questo vò alle terze figure, doue del 2. che m'ero riserbato, & 8. fò 10. aggiongo 7. & fò 17. aggiongo 9. & fò 26. aggiongo 6. & fò 32. Pongo dunque 2. sotto le terze figure, & riserbo. 3. Di nuouo nelle quarte figure, del 3. ch'io haueuo riserbato, & 6. si fa 9. aggiongo 8. & si fa 17. aggiongo o. & si fa pur 17. Pongo dunque 7. sotto le quarte figure, & riserbo 1. che aggiongo alle quinte figure, & fò 7. & pongo 7. sotto le quinte figure, & non riserbo niente. Vltimamente, perche nell'vltimo luogo si ritroua sola questa figura 7. la pongo sotto la linea, & viene ad esser finita la somma. Et si come noi hauiamo raccolto le figure de i numeri, che s'hanno à sommare insieme, da giù in sù ascendendo; così ancora si potranno raccorre in vna somma cominciando dalla parte superiore descendendo à basso.

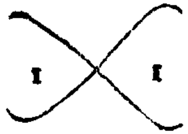
Che cosa si habbia à fare quádo dalle figure di vn luogo si raccoglie un numero da douersi scriuere con tre figure.

Et quando perauentura dalla raccolta delle figure d'vn luogo crescesse vn numero, che si douerà scriuere cō tre figure, la prima figura si metterà sotto quel luogo, & l'altre due si doueráno aggiongere alle due figure de' seguenti luoghi, cioè la prima di quelle alle figure del piu propinquo luogo, & la seconda alle figure dell'altro luogo: ò vero si deue aggion-

aggion

aggiongere alle figure del seguente luogo il numero espresso da quelle due figure riserbate, come in questo essempio si vedrà. Doue perche dalle prime figure si fa questo numero 102. si scriuerà la prima figura 2. sotto il primo luogo, & la secōda o. s'aggiongerà alle figure del secondo luogo, & la figura terza 1. alle figure del terzo luogo; ouero tutto il numero riserbato 10. si aggiungerà alle figure del secondo luogo, acciò si possa raccorre il

6008
5009
4009
308
239
108
108
309
4128
3009
209
308
23752



numero 15. del quale la figura 5. si porrà sotto il secondo luogo, & la figura 1. si aggiongerà alle figure del terzo luogo. Imperoche nell'vno & altro modo, sempre si raccorrà il medesimo numero. Questo essempio tu vedi essere prouato per la proua del 9. della quale hor hora parlaremo.

Che si debbe fare quádo molti numeri sono da raccorsi.

Ma farai molto bene, se quando saranno molti numeri da raccorre, gli distribuirai in piu ordini, & raccorrai la somma di ciascuno ordine da per se. Perche se finalmēte raccorrai insieme tutte queste somme, harai la somma raccolta da tutti li numeri dati, & fuggirai la molestia, che occorre necessariamente in tante figure da raccorre in vna

6008	308	108	3009
5009	239	309	209
4009	108	4128	308
15026	655	4545	3526

somma. Come se diuiderai il prossimo essempio in quattro ordini, & le somme di ciascuno 15026. 655.

4545. 3526. ridurrai in vna, farai la somma 23752. la medesima che prima haueui raccolta; come qui vedi. Et è chiaro non potersi in questo secondo modo così facilmente errare come nel primo, perche in questo non si raccolgano tante figure insieme, quante in quello.

15026
655
4545
3526
———
23752

Prima proua del raccorre per la regola del 9.

Sogliono gli Aritmetici, dopò che hanno finito di far la raccolta delle figure, farne la proua, si come fanno anco di tutte le altre operationi, per conoscer se è fatta bene ò nò. Il che in quattro modi si può fare nella operatione del sommare. Prima col gettar via tutti li 9. in questo modo. Si leuino via li 9. di tutti li numeri, che si sono sommati insieme, quante volte si può, & quel che resta, si ponga à parte: Dipoi dalla somma raccolta si leui via anco il noue, quante volte si può, & quel che resta si noti. Perche se questo auanzo è vguale all'altro auanzo, che prima era restato, benissimo sarà fatta la somma: ma essendo disuguale, nõ sarà ben fatta; onde bisognerà rifarla di nuouo, acciò l'error si corregga. Così tu vedi nell'essempio primo di sopra essere auanzato il numero 8. dopò di hauer leuati tutti li 9. tanto di tutti li numeri, che s'hanno sommati insieme, quanto dalla somma raccolta; il qual numero 8. è collocato in vna certa Croce fatta à questo effetto.

In che modo da qual si voglia numero si leuano facilmente li 9. quante volte si può.

Ma accioche facilmente si leuino via li 9. basta che le figure de i numeri, come se tutte occupassero il primo luogo, si raccolghino tra loro, & subito che la somma arriua al 9. ò che passa il 9. di maniera che si scriua con due figure, si leuino 9. Il che facilissimamente si farà, se quelle due figure si raccolghino insieme. Imperoche la somma sarà quello, che auanza, dopò d'hauere buttato via il 9. Di poi, questo auanzo, o somma delle due figure, si raccolga con la sequente figura nel medesimo modo, &c.

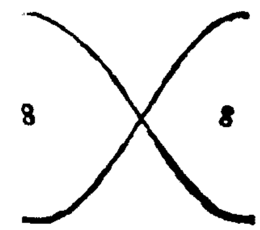
Mirabile proprietà del 9.

Perche il numero 9. ha questa mirabile proprietà, che, se si raccolghino le figure di qual si voglia numero

mero insieme, & dalla somma si caui il 9. ouero quando questa somma si scriue con due figure, quelle due figure si raccolghino in vna somma, tanto resti, ouero si componga, quanto restaria, se si gittasse via il 9. di tutto il numero tante volte, quante si può. Come dire, se da questo numero 38. si leuarà 9. quante volte si potrà, che sarà quattro volte, resterà 2. essendo che quattro volte 9. faccino 36. Et se dirai 3. & 8. (pigliando le figure separatamente del medesimo numero 38.) fanno 11. & ne leui 9. ouero dirai 1. & 1. fanno 2. (pigliando ancora separatamente le figure di questo numero 11. poco fa composto) hauerai il medesimo numero 2. che prima rimase. Così ancora se da questo numero 41. si leuaranno li 9. quante volte si potrà, che sarà quattro volte, restarà 5. Et se dirai, di 4 & 1. (pigliando separatamente le figure del numero 41.) si fà anco 5. Finalmente se dal numero 78. leuarai 9. quante volte si potrà, cioè otto volte, restarà 6. Et se dirai, 7. & 8. fanno 15. & ne leui 9. dal 15. ouero dirai 1. & 5. fanno 6. hauerai tanto, quanto prima rimase. Et la medesima ragione vale in tutti gl'altri numeri.

Dunque accioche tu veda, come si deue fare la proua del sommare, ne faremo esperienza nel primo essempio in questo modo.

710654
8907
56789
880
———
777230



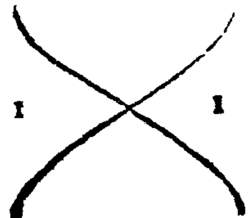
7. & 1. fanno 8. Aggiongendo 6. si fanno 14. cioè (leuato il 9.) 5. perche 1. & 4. fanno 5. che restarebbono se di 14. si cauasse il 9. come s'è detto. Aggiongendo 5. à quel 5. si fanno 10. cioè 1. Aggiongo 4. & fo 5. Aggiongo 8. & fo 13. cioè 4. Aggiongo 7. (lasciando il noue, il quale sempre si lascia, & non s'ag-

gionge, douendosi tornare dipoi à leuare) & fo 11. cioè 2. Aggiongo 5. & fo 7. Aggiongo 6. & fo 13. cioè 4. Aggiongo 7. & fo 11. cioè 2. Aggiongo 8. & fo 10. cioè 1. Aggiongo 8. (lasciando il 9. di mezzo, come s'è detto) & fo 9. cioè 0. perche li 9. s'hanno da buttar via. Et restano 8. li quali pongo in vna parte della Croce. Similmente nella somma prodotta di 7. & 7. si fà 14. cioè 5. Aggiongo 7. & fò 12. cioè 3. Aggiongo 2. & fò 5. Et vltimamente aggiongo 3. & fò 8. come prima, che pongo nell'opposta parte della Croce: acciò apparisca l'vgualità de i numeri, che sono restati, dopò hauer leuato via li 9.

La proua del 9. è fallace, & perche è fallace.

Ma perche con questa regola non si leuano li 9. quante volte realmente si può, ma solamente per la detta proprietà del numero 9. si troua il numero, che restaria, se tutti li 9. si leuassero via: Di qui è, che questa proua del 9. è fallace, come apparisce nell'essempio qui posto, perche la somma raccolta è falsa, & nientedimeno la proua fatta per il 9. mostra che e ben fatta, conciosia che nell'vna, & nell'altra parte

25|7
30|3
64|1



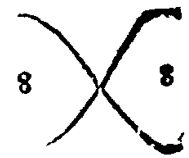
auanzi l'vnità. Che se si leuarāno li 9. quante volte si potrà, subbito apparirà la falsità della detta somma, perche piu volte si leua il 9. dalla somma, che dalli numeri sommati. Però che in questa somma 64. ci si contiene il 9. sette volte, & ne auanza 1. imperoche 7. volte 9. fà 63. Ma nel numero 25. si contiene il 9. due volte, & auanza 7. che pongo dalla parte destra, & nel 30. ci si contiene il 9. tre volte, & auanzano 3. che pur noto dalla parte destra; tal che dalli numeri sommati si caua il 9 cinque volte, & auanzano 7. & 3. nelle quali figure ci si contiene il 9. ancora vna volta, & auanza 1. Talche veramente dalli numeri aggionti si sarà leuato solamente sei volte il 9. & dalla somma raccolta sette volte. Onde non è merauiglia, che la somma sia falsa, ancor che sem-

sempre vi sia auanzata l'vnità. Ma la somma vera sarebbe 55. nella quale si contiene il 9. sei volte, & auanza 1. si come nelli numeri sommati.

Nel medesimo modo, s'alcuno dopò la somma giustamente raccolta trasponesse alcune figure ouero interponesse alle figure della somma, ouero delli numeri sommati insieme, questa figura 9. ouero 0. quante volte vorrà, ouero queste due 7. 2. ouero 6. 3. ouero 4. 5. ouero 8. 1. sempre la proua mostrarebbe la somma esser ben fatta, il che pur non è vero. Perche da poi che questa operatione del sommare sarà fatta bene con la sua proua, & alcuno per malitia per mutasse la somma così. 1565. restarebbe ancora la proua nella sua forza, & nientedimeno la somma nō sarebbe vera. Il medesimo sarebbe, s'alcuno mutasse l'ordine delle figure ne i numeri che si sōmano insieme, ouero interponesse questa figura 9. ouero 0. come qui apparisce.

1425
230
1655

14925
2309
10655



Perche s'vsi dall'Aritmetici la proua del 9. essendo che sia fallace.

Essendo vero questo, domanderà meritamente alcuno, perche adunque gli Aritmetici vsano questa proua del 9? Alquale si risponde, che se bene per inganno & malitia questa proua riesce falsa, si come chiaramente si vede ne gli essempij di sopra; nientedimeno non senza ragione gli sauij Aritmetici la vsano: perche niuno (che non voglia errare à posta) commettera tal errore, che questa proua habbia luogo, ma solamente errarà dal giusto d'vna ò di due vnità Di sorte che all'hora facilmente questa proua mostrerà esserui errore, & per questo douersi correggere la operatione del sommare. Perche chi sarà così pazzo, che raccolga quella vltima somma dalli due primi numeri? Finalmente se artificiosamente non s'acconciano li numeri in modo, che but-

buttati via li 9. sempre resti il medesimo, difficilmente o molto di rado auuerrà, che questa proua riesca bene, eccetto quando non s'hauerà fatto errore nel raccorre de i numeri.

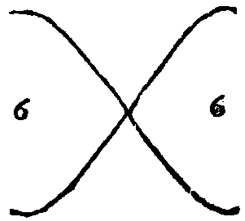
Seconda proua del raccorre per la regola del 7.

In vn'altro modo si fa la proua col gettar via li 7. in questa maniera. Si leuino li 7. da tutti li numeri, che si sono aggionti insieme, quante volte si può, & quel che auanza, si ponga da parte in vna banda della Croce; Di poi dalla somma raccolta ancora si leuino li 7. quante volte si può, & quel che auanza, si ponga nell'altra parte della Croce. Perche se questo auanzo sarà equale à quell'altro primo, la raccolta delli numeri sarà fatta bene, ma se sarà inequale, nō bene. Mà li 7. si deuono leuare da ogn' vno delli numeri, che si sommano insieme, separatamente, & li residui si deuono porre dalla parte destra di quelli, & da detti residui in vna somma raccolti si deue ancora leuare il 7. & quest'vltimo auanzo si deue porre in vna parte della Croce. Mà non si hanno da leuar li 7. nel medesimo modo, che hauiamo detto del 9. non hauendo questo numero 7. la proprietà, che ha il 9. ma si deuono pigliare le due prime figure dalla parte sinistra, come se la prima d'esse significasse decine, & l'altra vnità, pur che la prima sia minore del 7. (Perche se fosse 7. ò maggior di 7. bisognarebbe leuar il 7. di quella sola) & da quel numero che significaranno dette due figure, si ha da leuar il 7. quante volte si può, & pigliare l'auanzo per le decine, & à quello aggiongere la figura sequente per vnità, & da questo numero espresso dal detto auanzo, & dalla figura sequente di nuouo si deue cauar il 7. quante volte si può, & così di mano in mano. Come per essempio, dal numero 2379. così si cauaranno li 7. Dal 23. se si leuarà tre volte il 7. restarà 2. & se dal 27. (perche la figura 2. auanzata, & la figura 7. che segue, constituiscono questo numero 27.) si leuarà tre volte il 7. restarà 6. & finalmente se da 69. (ch'è il numero che si constituisce dalla figura 6. auanzata, & dalla figura 9. che

In che modo si habbino da leuar via li 7. da qual si voglia numero.

che segue) si leuarà il 7. quante volte si può, cioè noue volte, restarà 6. che ancor restarebbe, se si fossero leuati tutti li 7. dal dato numero. Nel medesimo modo da questo numero 783. così si leuarāno li 7. Se dal 8. (perche il 7. si lascia, com'è stato detto, & dal 8. si leua il 7.) si caua 7. resta 1. Di nuouo se dal 13. si caua 7. resta 6. & così di tutti gl'altri.

710654	0
8907	3
56789	5
880	5
777230	



Di modo che faremo la proua dell'essempio posto di sopra in questa maniera.

Lasciata la figura 7. se dal 10. si leuano li 7. resta 3. & se dal 36. si leuano li 7. resta 1. & leuati li 7. dal 15. resta 1. & finalmente leuati li 7. dal 14. rimane 0. laqual figura pongo dalla parte destra del primo numero, tirata prima vna linea, che distingua li numeri che si sono sommati insieme, dalle figure che si deuono porre dalla parte loro destra. Di poi nel secondo numero leuato il 7. dal 8. resta 1. & leuati li 7. dal 19. riman 5. & leuati li 7. dal 50. resta 1. & vltimamente leuati li 7. dal 17. rimane 3. che pongo dalla parte destra. Di nuouo nel terzo numero leuati li 7. dal 56. rimane 0. Dopò lasciata la figura 7. & leuato il 7. dal 8. rimane 1. Et finalmente leuati li 7. dal 19. rimane 5. che scriuo dalla banda destra. Et finalmente nel quarto numero, leuato il 7. dal 8. rimane 1. & leuati li 7. dal 18. rimane 4. & leuati li 7. dal 40. rimane 5. che pongo dalla parte destra. Et perche 5. 5. 3. & 0. fanno 13. dal qual numero se si leuarà il 7. rimane 6. pongo 6. in vna parte della Croce. Ma da questi auanzi piu facilmente si leuarà il 7. se si dirà 5. & 5. fanno 10. leuato

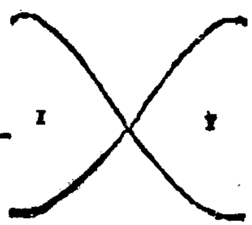
uato 7. remane 3. aggionto 3. fà 6. si come di sopra è stato detto nella proua del leuare il 9. Finalmente nella somma, lasciati da parte li 7. 7. 7. se dal 23. si leuarà il 7. quante volte si può, rimane 2. & se dal 20. si leuaranno li 7. rimane 6 che pongo nell'altra parte della croce.

La proua del 7. è fallace, ma nõ tanto quãto quella del 9. & perche.

MA si come la proua per il 9. è fallace, come s'è detto, così anco questa per il 7. si troua vitiosa; perche non consideriamo, se tante volte habbiamo leuato il 7. dalli numeri sommati, quante volte dalla somma raccolta; ma solamente, se si troua il medesimo auanzo nell'vna, & l'altra parte. Nondimeno non senza ragione da gl'Aritmetici vien vsata questa proua, come l'altra del 9. per la causa già detta. Perche se alcuno non traspone li numeri per malitia, à pena si trouerà, ò rade volte il medesimo residuo nell'vna, & l'altra parte, se la raccolta non sarà ben fatta. Et molto piu di rado auuerrà questo nella proua del 7. che in quella del 9. perche non così semplicemente & alla grossa si leuano via li 7. come si fa de 9. ma si vsa non so che artificio di piu. Talche non tanto facilmente può alcuno ingannare vn'altro, ò d'esser' ingannato.

IN questo essempio qui posto la somma non sta bene, & pur la proua per il 7. mostra che sia ben fatta.

203 | 0
134 | 1
344 |



Certezza, che l'operatione sia ben fatta, sarà, se tutte due proue per 9. & per 7. riescono.

ESSENDO tutte due queste proue, che si fanno per il 9. & per il 7. falllaci, se vuoi essere certo, & securo, di non hauere fallato nel sommare, fa tutte due proue. Perche gran caso sarebbe, che, essendo la somma falsa, tutte due proue riuscissero, come l'esperienza ti mostrerà. Et questo voglio, che s'intenda ancora nelle operationi sequenti, cioè nel sottrarre, moltiplicare, & partire.

QVESTA tauola qui posta insegna, da quali nu-

numeri li 7. leuati lascino nulla, ouero o. accioche si renda piu facile la proua per il 7. à coloro che ne i numeri sono poco essercitati. L'vso della quale è questo. Se'l numero scritto cõ due figure, dal quale si deue cauare il 7. si troua in questa tauola, niente restarà, dopò leuati li 7. si come li zeri, che sono all'incontro de i numeri di questa tauola, dimostrano; ma se non si troua il numero posto in questa tauola, s'harà da

7	o
14	o
21	o
28	o
35	o
42	o
49	o
56	o
63	o

pigliar il numero minore à quello piu vicino. Però che la differẽza tra questo & quello proposto restarà, dopo che saranno leuati li 7. Come se il numero proposto sarà 69. si douerà pigliare il numero 63. nella tauola, che differisce da 69. in 6. vnità. Leuati adũque li 7. da 69. rimane 6. Così ancora se'l proposto numero sarà 37. si pigliarà nella tauola il numero 35. il quale è superato dal 37 in due vnità. Leuati dũque li 7. dal 37 rimane 2. & così di tutti l'altri.

Terza proua del raccorre per la regola del raccorre.

TERZO sogliono gl'Aritmetici far la proua della somma fatta così. Se la raccolta fatta de i numeri è stata cominciata dalle figure da basso, seguitando verso le superiori, essi la rifanno cominciando à contrario da quelle di sopra all'in giù, & così all'incontro. Et se nel secondo modo si troua esser raccolta la medesima somma, che nel primo, non è dubbio, che la somma sta ben fatta: perche pare che sia quasi incredibile, che se nel primo modo fusse fatto qualche errore, il medesimo riuscisse anco nel l'altro, essendo state raccolte in vn'altra maniera le figure de i numeri in quest'vltimo modo, che nel primo. Percioche se forse hauerò errato nell'aggiongere queste figure 5. 2. 9. dicendo 5. & 2. fanno 7. aggiongendoui 9. fanno 16. non così facilmente cascarò nel medesimo errore à raccorli al cõtrario, dicendo 9. & 2. fanno 11. aggiongo 5. & fo 16. perche viene in qualche modo à variarsi l'operatione.

Si può questa proua, che si fà sommando li numeri in altro modo, ancora fare così. Diuidinsi li numeri che s'hãno da raccorre, in due ò più ordini, & le somme di ciascheduno si raccolghino insieme. Perche se da queste somme farai vna somma, è necessario che questa somma sia eguale alla somma prima raccolta, se non s'è fatto errore. Come se il primo essempio si partirà in questi due ordini, & le somme raccolte da quelli si ridurranno in vna somma,

710654	56789
8907	880
719561	57669

719561
57669
777230

come qui è stato fatto, s'hauerà la medesima somma, che prima.

Quarta proua del raccorre per la regola del sottrarre.

Qvarto & vltimo, si suole far la proua della somma raccolta per la sottrattione in questo modo. Quando due numeri sono raccolti, sottraggasi qual vuoi d'essi dalla somma raccolta: il che come si faccia, insegnaremo nel seguente capitolo. Perche se'l numero che resterà di questa sottrattione, sarà equale all'altro numero sommato, sarà segno che non s'è errato nella raccolta. Peròche se 12. & 20. fanno 32. è necessario, che leuato 12. dal 32. resti 20. ouero leuato 20. dal 32. resti 12. Ma quando piu numeri sono aggionti, sottraggasi vno di quelli dalla somma, & tutti gli altri si raccolghino in vna somma: perciochè se questa somma sarà equale à quell'auanzo, la somma sarà fatta bene; ouero sottratto il primo numero sommato dalla somma, si sottragga dal resto il secondo, & da questo auanzo il terzo, & così di mano in mano, eccetto l'vltimo: peroche, se l'vltimo residuo sarà equale all'vltimo de i

de i numeri sommati, non è dubbio, che la raccolta è ben fatta: Et questa proua è certissima, se bene è vn poco piu lunga dell'altre.

DEL MODO DI SOTTRARRE *vn numero intiero d'vn altro intiero.* Cap. III.

Il sottrarre che cosa sia.

Il sottrarre vn numero d'vn'altro, è tor via d'vn numero maggiore vn'altro numero minore, ouero d'vn'vguale vn'altro vguale.

Qual de due numeri sia maggiore in che modo si conosca.

Et facilmente, qual de due numeri sia maggiore, conoscerai dalle loro vltime figure. Però che quello, che ha l'vltima figura maggiore, sarà numero maggiore. Come di questi due numeri, quel di sopra è maggiore di quel da basso, perche l'vltima figura 3. del superiore è maggiore, che l'vltima figura 2. dell'inferiore.

3001234
2986789

Ma se l'vltima figura de due numeri sarãno equali, quello sarà maggiore, del qual la penultima figura sarà maggiore; & se ancora le penultime figure saranno equali, quel numero sarà maggiore, nel quale prima si ritrouerà vna figura maggiore. Come in questi essempij, nelli quali sempre il numero superiore è maggiore dell'inferiore.

445078	700001000
444896	700000999

Il numero che s'hà da sottrarre in che modo s'hà da collocare.

Il numero che s'ha da sottrarre, si deue collocare talmente sotto quello, dal quale si deue fare la sottrattione, che la prima figura rispõda alla prima, & la seconda alla seconda, & la terza alla terza, &c. Di maniera tale ch'il mancamento delle figure nel numero, che si sottrae, se pure vi sarà, apparisca nella parte sinistra. Come se'l numero 40236. s'hauerà da sottrarre dal numero 3271589. si douerà porre in questo modo.

3271589
40236
3231353

T i-

La ſottrattione in che modo ſi faccia.

Tirata di poi vna linea ſotto quelli due numeri, ſi ſottrarranno tutte le figure dell'inferiore numero da tutte le figure del ſuperiore numero, cominciando pero dalle prime figure; & quel ch'auanza, ſi porrà ſotto la linea ſecondo quell'ordine, ch'è ſtata fatta la ſottrattione. Et ſe nel numero ſuperiore alcune figure non haueranno figure correſpondenti nel numero inferiore, talmente che da quelle niente ſi poſsi ſottrarre; quelle ſi doueranno riporre ſotto la linea. Come per eſſempio, ſe dal 9. ſi ſottrae il 6. reſta 3. che ſcriuo ſotto la linea, & ſottratto il 3. dal 8. riman 5. & leuato 2. da 5. riman 3. & ſottratto o. da 1. riman 1. & vltimamente ſottratto 4. da 7. riman 3. Et perche dalle figure 2. & 3. niente ſi leuà, ſi doueranno quelle riporre col medeſimo ordine ſotto la linea.

Che coſa ſia da farſi quãdo la figura inferiore è maggiore che la ſuperiore.

Ma quando alcuna figura del numero inferiore ſarà maggiore di quella del ſuperiore riſpondente, in modo tale, che la ſottrattione da quella non ſi poſſa fare, ſi deue oſſeruare queſta regola. Pigliſi in preſto vn'vnità dalla proſsima figura ſuperiore verſo la ſiniſtra, che ſignificarà dieci riſpetto di quella figura, dalla quale non ſi può far la ſottrattione: di poi à queſta vnità ſi aggionga la figura, dalla quale ſi doueua fare la ſottrattione, & ſi farà vn numero che ſi ſcriuerà con due figure, dal quale ſi ſottrarrà quella figura del numero inferiore; ma all'hora quella figura, dalla quale è ſtata pigliata in preſto l'vnità, valerà vna vnità manco, che prima. Et ſe quella figura ſuperiore ſarà o. pigliaremo in preſto l'vnità da quella figura verſo la parte ſiniſtra piu proſsima al o. che ſignificarà 100. vnità, riſpetto di quella figura, dalla quale non ſi poteua far la ſottrattione, & all'hora in luogo della figura o. s'hauerà da porre con la mente la figura 9. & quella figura, dalla quale è ſtata pigliata in preſto l'vnità, valerà vna vnità manco, che prima. Così ancora ſe piu o. precederanno quella figura, dalla quale douiamo pigliar in preſto l'vnità, s'haueranno

no

no tutti quei o. da imaginarſi come 9. & quella figura ch'hauerà dato in preſto l'vnità, d'vna vnità minore. Il che tutto ſarà chiaro in queſto eſſempio.

$$\begin{array}{r} 4500026304827 \\ 3929034567892 \\ \hline 570991736935 \end{array}$$

Primamente leuato ouer ſottratto il 2. dal 7. riman 5. Dopò perche il 9. non ſi può ſottrarre dal 2. pigliaremo in preſto vna vnità dal 8. & così ſottratto 9. dal 12. (il qual numero ſi fà dall' 1. che hauiamo pigliato in preſto, & dal 2.) riman 3. Di nuouo perche l'8. dal 7. (eſſendo che la figura ſuperiore 8. per hauer dato in preſto vn'vnità, non vale ſe non 7.) non ſi può cauare, pigliaremo in preſto vn'vnità dal 4. & così cauato 8. da 17. riman 9. Di poi perche 7. dal 3. (conciosia che la figura 4. per l'vnità, ch'ha impreſtata, vale ſolamente 3.) non ſi può cauare, pigliaremo in preſto vn'vnità dal 3. dopò il o. ma perche queſt'vnità vale 100. riſpetto del la figura 3. dalla quale non ſi può fare la ſottrattione, & noi hauemo biſogno ſolamente di 10. è neceſſario che ſe dal 100. pigliaremo in preſto 10. rimanga 90. Di qui naſce che la figura 3. vaglia ſolamente 2. & ſopra il o. biſogna imaginarſi la figura 9. che ſignifica 90. riſpetto della figura, dalla quale non ſi poteua far la ſottrattione: talche leuato 7. da 13. riman 6. & cauato 6. dal 9. (hauendo noi detto, che ſopra il o. ci ſi doueua imaginare 9. con la mente) riman 3. Et perche 5. da 2. non ſi può cauare, (perche la figura 3. vale ſolamente 2. come hauiamo detto) pigliaremo vn'unità in preſto dal 6. & ſottrarremo il 5. dal 12. & rimarrà 7. Poi ſottratto il 4. dal 5. (perche la figura 6. val 5. per l'vnità, ch'ha impreſtata) riman 1. Et perche il 3. di nuouo non ſi può leuare dal 2. pigliaremo vn'unità in preſto dal 5. ma conciosia che queſta vnità riſpetto della figura ra 2. dalla quale non si poteua fare la sottrattione, vale 10000. & noi solo hauemo bisogno di 10. è necessario che se dal 10000. pigliaremo in presto 10. restino 9990. & di qui è che si fà che la figura 5. vaglia solamente 4. & sopra ognuno delli zeri, ci douiamo imaginare che sia vna figura di 9. in questo modo 999. Perche queste 999. significano 9990. rispetto del la figura 2. dalla quale la sottrattione nô si poteua fare. Talche leuato 3. da 12. riman 9. & sottratta la figura 0. dal 9. (la qual figura dicémo douersi imaginare esser posta sopra il 0.) riman 9. & sotratto 9. da 9. (la quale figura 9. ancora ci l'hauemo imaginata sopra il 0.) riman 0. Cosi sottratto 2. da 9. (perche sopra'l 0. di nuouo ci douemo imaginare esser posta la figura 9.) riman 7. Ma perche il 9. non si può sottrarre dal 4 (perche la figura 5. vale 4. per l'vnità imprestata) pigliaremo in presto vn'vnità dal 4. & sottrarremo il 9. da 14. & rimane 5. Finalmente sottratto 3. da 3. (perche la figura 4. per l'vnità imprestata vale solamente 3.) riman 0. la qual figura 0. perch'è l'vltima in questo essempio, & niente per cio significa, si deue lasciar da parte, senza scriuerla altrimente.

Piu facil regola di sottrarre quādo la figura inferiore è maggiore della superiore.

Qvesta regola ch'habbiamo detto, è vsata da molti Aritmetici, ma noi molto più facilmente cosi l'insegnaremo. Quando la figura inferiore è maggior della superiore, piglisi la differenza ch'è trà essa & il 10. & à questa differenza s'aggionga la figura superiore, dalla quale la sottratione non si può fare, & tutta la somma si scriua sotto la linea, perche questa somma auanzarebbe, se quella figura maggiore si leuasse dal numero composto dal 10. & da quella figura superiore, dalla quale non si può fare la sottrattione, non altrimente, che se fusse pigliata l'vnità in presto: essendo che quella figura maggiore si sottragga prima dal 10. per hauere la differenza tra'l 10. & quella figura maggiore, di poi à questo auanzo, ò differenza s'aggionga la figura superiore. Doppo questo acciò non siamo sforzati

zati di leuare con l'imaginatione l'vnità della figura superiore, dalla quale è stata virtualmente l'vnità pigliata in presto, aggiongeremo alla figura inferiore, che prossimamente verso la parte sinistra segue, vna vnità, & questa somma dalla figura superiore (senza leuar prima da essa alcuna vnità) sottrarremo. Perche sempre sarà la medesima differenza trà la figura inferiore & superiore, ò che dalla superiore si leui l'vnità, & alla inferiore niente s'aggionga, ò che dalla superiore niente si leui, & all'inferiore s'aggionga l'vnità. Come in queste due figure 7. & 4. se dal 7. si leua l'unità, sarà 2. la differenza trà il resto 6. & 4. & se dal 7. niente si leua, ma al 4. s'aggionga l'unita, la medesima differenza 2. sarà tra'l 7. & 5. Et in questo modo ogni volta, che si farà mentione della differenza tra'l 10. & la figura inferiore, la quale dal numero superiore non può esser sottratta, si hauerà d'aggionger l'unità alla figura prossima del numero inferiore verso la parte sinistra. Ma questo si farà piu chiaro nel medesimo essempio, che qui repetito habbiamo.

4500026304827
3929034567892
―――――――――
570991736935

Primamente, sottratto 2. da 7. riman 5. Ma perche'l 9. non si può sottrarre dal 2. sottrarremo 9. dal 10. & à quella vnità che resta (che è la differenza tra 10. & 9.) aggiongeremo 2. & haueremo 3. per l'auanzo, che si scriuerà sotto la linea. Fatto questo, subito alla figura inferiore 8. che segue, aggiongeremo vn'unità per amor di quella differenza tra 10. & 9. & faremo 9. il qual 9. perche di nuouo non si può sottrarre dal 8. sottrarremo 9. da 10. & all'unità che resta (che similmente è la differenza tra 10. & 9.) aggiongeremo 8. & haueremo 9. che porremo sotto la linea. Il che

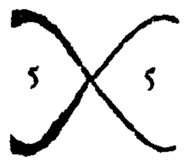
Il che fatto, subito alla seguente figura 7. aggiongeremo 1. per causa di quella differenza, ch'è tra 10. & 9. & faremo 8. Il quale perche dal 4. non si può sottrarre, sottrarremo 8. da 10. & à quel ch'auanza ch'è 2. (cioè alla differenza, ch'è tra 10. & 8.) aggiongeremo 4. & haueremo 6. che si porrà sotto la linea. Di poi subito alla figura inferiore 6. aggiongeremo 1. per cagion di quella differenza, ch'è tra'l 10. & 8. & faremo 7. Il quale perche non si può sottrarre dal 0. lo sottrarremo dal 10. & al resto 3. (cioè alla differenza tra 10. & 7.) aggiongo 0. & fo pur 3. che metto sotto la linea. Di nuouo alla figura inferiore 5. aggiongo 1. (per amor di quella differenza, ch'è tra 10. & 7.) & fò 6. Il quale perche non si può sottrarre dal 3. lo sottraggo dal 10. & al resto, ch'è 4. (cioè alla differenza, ch'è tra'l 10. & 6.) aggiongo 3. & fò 7. che scriuo sotto la linea. Fatto questo, subito alla figura inferiore 4. aggiongo 1. (per causa della detta differenza, ch'è tra'l 10. & 6.) & fo 5. il quale sottratto dal 6. riman 1. Et perche in questa vltima sottrattione non è stata fatta mentione della differenza tra'l 10. & 5. Conciosia che'l 5. s'è potuto sottrarre dal 6. non aggiongo altrimente 1. alla figura inferiore 3. ma perche non si può sottrarre 3. dal 2. lo sottraggo dal 10. & al resto ch'è 7.

```
45000263048827
39290345678892
--------------
 5709917369935
```

ouero alla differenza tra 10. & 3. aggiongo 2. & fo 9. che s'ha da porre sotto la linea. Doppo questo subito alla figura inferiore 0. aggiongo 1. (per amor della differenza detta tra'l 10. & 3.) & fò 1. Et perche 1. non si può sottrarre dal 0. leuo 1. da 10. & al resto ch'è 9. (cioè alla differenza tra'l 10. & 1.) aggiongo 0 & fò pur 9. che pongo sotto la linea. Di poi subito aggiongo di nuouo 1. alla figura 9. in-

inferiore (per cagion di quella differenza, ch'è tra'l 10. & 1.) & fò 10. il quale perche non si può sottrarre dal 0. lo cauo dal 10. & al resto ch'è 0. (ouero alla differenza, ch'è tra 10. & 10.) aggiongo 0. & ne fò pur 0. che è il resto da porsi sotto la linea. Di nuouo subito alla figura inferiore 2. aggiongo 1. (per conto di detta differēza trà 10. & 10.) & fò 3. il quale, perche non si può sottrarre dal 0. lo sottraggo dal 10. & al resto, ch'è 7. (cioè alla differenza ch'è tra 10. & 3.) aggiongo 0. & fo 7. che pongo sotto la linea. Inoltre di ciò subito aggiongo 1. alla figura 9. inferiore (per conto della differenza tra 10. & 3.) & fo 10. il quale perche dal 5. non si può sottrarre, lo cauo dal 10. & al resto 0. (cioè alla differenza tra 10. & 10.) aggiongo 5. & fo pur 5. che resta per scriuerlo sotto la linea. Finalmente subito alla figura 3. inferiore aggiongo 1. (per amor di quella differenza tra 10. & 10.) & fo 4. il quale cauato da 4. riman' 0. la qual figura 0. perch'è superflua nel principio del numero dalla parte sinistra, la lasciamo; conciosia che mettendocela à nulla seruirebbe.

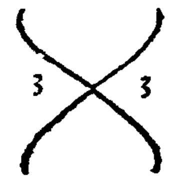
per 7.



Altro essempio.

```
4000134|
  67823|0
-------------
3932311|5
```

per 9.



In questo essempio perche leuate tutte le figure inferiori dalle superiori rispondenti, s'haueria d'aggiongere l'unità alla figura seguente inferiore, la quale non v'è, riporremo l'vnità con l'imaginatione nel seguente luogo, la quale perche non si può sottrarre dal 0. la sottrarremo dal 10. & restarà 9. che scriueremo sotto la linea: & di nuouo con la mente si deue mettere 1. nel seguente luogo, & dal 4. cauarlo, per hauer l'auãzo 3. da porre sotto la linea.

Quando sono piu numeri chesia da farsi.

Ma se vn numero da piu numeri, ouero piu numeri da piu numeri, ò da vn numero s'hauerà da sottrarre, auanti che si faccia la sottrattione, s'hanno prima da raccorre insieme in vna somma quelli piu numeri, dalli quali s'hauerà da fare la sottrattione, & ancora quelli numeri, li quali si deuono sottrarre.

Prima proua del sottratre per la regola del 9.

La proua della sottrattione è di quattro sorti: la prima si fa con leuare il 9. Peroche se dal superior numero, dal quale è stata fatta la sottrattione, si leuarà il 9. quante volte si può, in quel modo, che noi habbiamo detto, che si doueua fare nel sommare de i numeri, & quel ch'auanza collocaremo in vna parte della croce, è necessario, se non s'è fallato nella sottrattione, che resti il medesimo numero, se si butterà via il 9. quante volte si può dal numero sottratto, & insieme da quel ch'è restato. Cosi tu vedi nel sopradetto prossimo essempio da man destra il residuo sempre esser 3. ò che tu leui il 9. quante volte si può dal numero 4000134. dal quale è stata fatta la sottrattione, ò che lo leui dalli numeri 67823. 3932311. insieme, de' quali quello è stato sottratto, & questo auanzato della sottrattione.

Secōda proua della sottrattione per la regola del 7.

La seconda proua si fa col gittar via il 7. Perche se dal numero, dal quale è stata fatta la sottrattione, si leuerà 7. quante volte si può, in quel modo, che noi habbiamo detto nel sommare de i numeri, che si doueua buttar via il 7. & quel, ch'auanza, si porrà in vna parte della croce, è necessario, se la sottrattione sarà fatta bene, che auāzi il medesimo numero, se si buttarà via il 7. quāte volte si può, dal numero sottratto, ponendo il resto dalla banda destra di quello, & del numero che auanza della sottrattione, ponendo ancora il resto dalla parte destra di quello, & se finalmēte questi due resti posti dalla parte destra si raccorranno insieme in vna somma, & da quella somma si leuarà il 7. quante volte si può, se si potrà cauare. Cosi nel medesimo essempio di sopra, leuato il 7. quante volte si può, dal numero 4000134. rimane 5. & leuati ancora li 7. dal 67823. riman

riman o. & leuati li 7. dal 3932311. riman 5. il che aggionto al o. farà ancor 5 si come si vede nella Croce posta dalla parte sinistra del detto essempio.

Ma l'vna & l'altra di queste proue è fallace, s'alcuno per inganno ò malitia trasporrà li numeri, ouero rimetterà altri numeri, si come habbiamo detto nel sommare de numeri.

Terza proua della sottrattione per la regola del raccorre.

La terza proua si fa per il sommare. Peroche se tu aggiongi al numero sottratto il numero ch'auanza, di necessità si viene à rifare il numero, dal quale è stata fatta la sottrattione, come in questo essēpio vedi.

Il numero, dalquale si fa la sottrattione.	60123
Il numero sottratto.	45678
Il numero, ch'auanza.	14445
La somma raccolta dal numero sottratto, & dall'auanzato.	60123

Quarta proua della sottrattione per la sottrattione.

La quarta proua si fa per la sottrattione. Imperoche fatta la sottrattione, se tu leuarai dal medesimo numero, dal quale è stata fatta la sottrattione, l'auanzo, necessariamente restarà il numero sottratto. Come nel prossimo essempio, se il numero 14445. ch'auanzò, cauarai dal numero 60123. l'auanzo sarà il numero sottratto 45678. come qui si vede manifestamente.

60123
14445
―――
45678.

Qveste due vltime proue sono certissime, & non possono fallare mai, ne admettere fallacia, ò fraude alcuna.

DEL MOLTIPLICARE DE I NVmeri intieri. Cap. IIII.

Moltiplicare che cosa sia.

Moltiplicare vn numero per vn'altro, è vn ammassare & pigliare l'vno di quelli tante volte, quante vnità l'altro contiene. Come il moltiplicare 6. per 5. ouero 5. per 6. è vno ammaſſare ò ammontonare inſieme il 6. cinque volte, ouero il 5. ſei volte; che nell'vno & nell'altro modo trouerremo ſempre 30. nel detto ammaſſamento; Et queſto ſi chiama moltiplicare. Tal che il numero prodotto dalla moltiplicatione d'vn numero in vn'altro, conterrà tante volte qualunque de' numeri moltiplicati, quante volte l'altro contiene l'vnità. Come nel detto eſſempio è manifeſto. Onde è, che la moltiplicatione ſi può anco deſcriuere così. La moltiplicatione d'vn numero per vn'altro, è vn ritrouamẽto d'vn numero, il quale tante volte l'vno d'eſſi contenga, quante volte l'altro contiene l'vnità.

Accioche ogni moltiplicatione ſi faccia piu ſpeditamẽte è neceſſario ſapere, qual numero ſi produca dalla moltiplicatione di qual ſi voglia figura numerale in qual ſi voglia altra figura; come dal 7. nel 8. ouero dal 8. nel 7. Coſi ancora dal 7. nel 9. ò dal 9. nel 7. &c. Perche ſe ſaprai ben far queſto, nõ ſentirai alcuna fatica ouero difficultà nella moltiplicatione. Il che s'impara tuttauia piu col continuo eſſercitio, che con alcuna regola. Trà tanto però grandemente ti ſeruirà la ſeguente tauola, che ſuol eſſer chiamata Pitagorica, forſe per queſta cauſa, perche Pitagora ne foſſe inuentore, ouero perche habbia in eſſa marauiglioſamente eſſercitato li ſuoi ſcolari.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Il modo di fabricare queſta tauola di Pitagora.

La compoſitione di queſta tauola è facilisſima, perche la prima linea cominciando dall'vnità, & ſeguitando per la continua aggiontione dell'unità ſe ne và fino al 9. Come dire, Dal 1. & 1. ſi fa 2. dal 2. & 1. ſi fa 3. dal 3. & 1. ſi fa 4. &c. La ſeconda linea comincia dal 2. & ſeguita per la cõtinua aggiontione del 2. Come dire, Dal 2. & 2. ſi fa 4. dal 4. & 2. ſi fa 6. dal 6. & 2. ſi fa 8. &c. & coſi anco la terza linea piglia il ſuo principio dal 3. & per la continua aggiontione del 3. procede, & coſi tutte l'altre linee ſono compoſte nel medeſimo modo: perche ciaſcuna camina per il continuo accreſcimento di quel numero, dal quale comincia.

L'vſo della tauola Pitagorica.

L'vso di queſta tauola in quãto à quello, ch'appartiene alla moltiplicatione, (ancorche habbia infiniti altri vſi) è queſto. Propoſte due figure da moltiplicarſi tra di loro, ſe l'vna ſe ne piglierà nella ſuperiore linea, & l'altra nel lato ſiniſtro, & in quella linea ſi caminerà all'in giù, & in queſto lato verſo la man deſtra, trouerasſi nel cõmun concorſo d'eſſe figure il numero prodotto dalla moltiplicatione di eſſe. Coſi vedi dalla moltiplicatione del 7. in 8. ò del 8. in 7. eſſere prodotto 56. Et dal 8. in 8. eſſer prodotto 64. & coſi de gl'altri.

Regola di moltiplicare vna figura in vn'altra.

Ma ſe queſta ſorte di tauola non ſarà coſi alle mani, ſi potrà vſare queſta regola. Scriuaſi vna figura ſotto l'altra, & la diſtanza, ouer differenza dell'vna & l'altra dal 10. ſi ponga dalla banda deſtra. Di poi queſte diſtanze ſi moltiplichino trà di loro. Peroche il numero prodotto, ſe ſi ſcriue con vna figura, darà la prima figura della ſomma, che s'ha da produrre dalla moltiplicatione delle figure; ma ſe ſi ſcriue con due figure, ſi douerà ſerbare la figura delle dicine, & por la prima per la prima figura della ſomma, che s'ha da produrre. La ſeconda figura di queſta medeſima ſomma s'hauerà, ſe ſi caua la diſtanza di qual ſi voglia delle due figure dall'altra figura, & à quel che auanza, s'aggionga la figura delle dicine riſerbata, ſe alcuna ve ne ſia riſerbata. Ouero se le figure proposte s'aggiongeranno tra di loro, aggiongendo prima la figura delle dicine riserbata, (se vi sarà) la prima figura di questa somma, buttando via la seconda figura delle dicine, come superflua, ci darà la seconda figura della somma, che s'ha da produrre. Con gl'essempij la cosa si chiarirà meglio.

9.	1.	8.	2.	7.	3.
8.	2.	8.	2.	6.	4.
7	2	6	4	4	2

Nel primo essempio le figure, che s'hanno da moltiplicare, sono 9. & 8. & le distanze loro dal 10. sono 1. & 2. le quali tra loro moltiplicate, (la quale moltiplicatione sarà facilissima, cóciosia che le distáze dal 10. siano minori delle figure, che s'hanno da moltiplicare. Percioche di queste si deue intendere la presente regola) dicendo vna volta 2. ouero due volte 1. fa 2. la qual figura scriuo sotto le distanze per la prima figura della somma, che s'ha da produrre; Poi leuata la distanza 2 dal 9. ouero la distanza 1. dal 8. riman 7. la quale figura scriuo sotto le figure per la seconda figura della somma, che s'ha da produrre. La qual seconda figura ci sarà ancora data dalla prima figura della somma delle figure 9. & 8. ch'è 17. buttata via la seconda figura 1. come al tutto inutile à questo negotio. Tal che la moltiplicatione di queste figure 9. & 8. farà 72.

Nel secondo essempio le figure proposte sono 8. & 8. le distanze di quelle dal 10. sono 2. & 2. Queste se trà di loro saranno moltiplicate, dicendo 2. via 2. haueremo 4. per la prima figura della somma, che s'ha da produrre. Poi leuata la distanza, qual voi, dal 8. riman 6. per la seconda figura. La quale ci sarà ancor data dalla figura prima della somma di 8. & 8. ch'è 16. lasciata la seconda figura 1. come superflua. Adunque le figure 8. & 8. moltiplicate tra di loro faranno 64.

Finalmente le figure date nel terzo essempio sono 7. & 6. le distáze delle quali dal 10. sono 3. & 4. Queste tra di loro moltiplicate, dicendo 3. via 4. ouero 4. uia 3. fanno 12. Adunque la prima figura della somma, che s'ha da produrre, sarà 2. & la figura seconda 1. del prodotto 12. si deue serbare: Di poi leuata la distanza 4. dal 7. ouero la distanza 3. dal 6. riman 3. che se l'aggiongeremo la figura 1. riserbata, faremo 4. per la seconda figura della somma, che s'ha da produrre. la quale ancora ci sarà data dalla prima figura della somma di 7. & 6. aggiontaui prima la vnità riserbata, ch'è 14. lasciata in tutto la seconda figura 1. Si produrrà adunque 42. dalla moltiplicatione del 7. per 6. ouero del 6. per 7. La medesima ragione & regola è in tutte l'altre figure, pur che la somma delle due figure proposte sia maggiore che 10. altrimente le distanze di quelle dal 10. sarebbono maggiori d'esse figure, & perciò piu facilmente si moltiplicarebbono le figure, che le distanze. Ma meglio farai, se con l'vso, & essercitio impararai à mente questa sorte di moltiplicatione di figure trà di loro, che voler andare ogni volta ricorrere alla tauola Pitagorica, o à questa regola.

In che modo s'hãno da porre li numeri che si deuonno moltiplicare.

Hora proposti due numeri da douersi moltiplicare trà di loro, s'hauerà da scriuere il minore sotto il maggiore, in modo però tale, che la prima figura risponda alla prima, & la seconda alla seconda, &c. si come habbiamo detto nel raccorre, & sottrarre de numeri. La qual cosa non è però necessaria al tutto, potendosi ancora scriuere il maggiore sotto il minore, pur che si serui l'ordine detto delle figure. Come douendosi moltiplicare il numero 4300678. per il numero 600394. si doueranno collocare detti numeri in vno di questi due modi, benche il primo sia piu in vso.

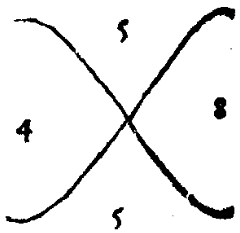
4300678	ouero	600394
600394		4300678

MA insegniamo prima, in qual modo vn numero si moltiplichi per vna sola figura, perche così più facilmente s'intenderà, in che modo vn numero per vn altro numero si deui moltiplicare.

QVANDO dunque alcun numero hauerà da esser moltiplicato per vna figura sola, si suole sempre questa figura moltiplicante scriuere sotto la prima figura del numero che si moltiplica. Per essempio, se s'hauerà a moltiplicare il numero 600394. per 8. così starà l'essempio: Et la moltiplicatione si farà, se la figura 8. si moltiplicarà per tutte le figure del numero 600394. cominciãdo dalla parte destra, & venẽdo verso la sinistra, & scriuendo ogni numero prodotto sotto la linea, la quale si tirerà sotto li numeri, che si moltiplicano, in tal modo però, che s'alcun numero prodotto si scriuerà con due figure, la prima di quelle si ponga, & la seconda si serbi per aggiongerla al seguente numero prodotto: cioè in questo modo.

In che modo vn numero si moltiplichi per vna figura.

```
 600394.
      8.
--------
4803152.
```



PRIMA moltiplico 8. per 4. dicendo 8. via 4. ouero 8. volte 4. fa 32. pongo 2. sotto il 4. & riserbo 3. dipoi dico 8. via 9. fa 72. & aggionto il 3. serbato, fa 75. pongo 5. sotto il 9. & serbo 7. Dipoi 8. via 3. fa 24. aggionto 7. ch'era riserbato, fa 31. pongo 1. sotto 3. & serbo 3. Dopò 8. via o. fa o. & aggionto il 3. riserbato, fa 3. qual pongo sotto il o. & niente riserbo. Di nuouo dico 8. via o. fa o. al quale, perche niente m'auanzò, niente si deue aggiongere. pongo dunque o. sotto o. & niente mi riserbo. Vltimamente 8. via 6. fa 48. al quale, perche niente m'auanzò, niente aggiongo. pongo dunque tutto questo numero sotto la linea, perche la moltiplicatione è finita, poi che non vi resta altra figura da esser moltiplicata per

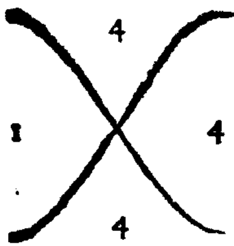
per 8. Talche se moltiplicaremo tutto il numero 600398. per 8. ne faremo questo numero 4803152. & in questo modo moltiplicarai ogni numero per qual si voglia figura.

MA se si hauerà da moltiplicare vn numero per vn'altro numero, tirisi sotto essi disposti, & ordinati, come hauiamo detto, vna linea retta. Dipoi ciascuna figura del numero inferiore si moltiplichi per tutte le figure del numero superiore, come poco fà, hauiamo insegnato, osseruando solamente questo con diligenza, che il numero prodotto da qualunque figura del numero inferiore moltiplicata per la prima figura del numero superiore, sia posto sotto quella figura del numero inferiore, per la quale il numero superiore si moltiplica, & gl'altri numeri prodotti dalla moltiplicatione della medesima figura del numero inferiore per l'altre figure del numero superiore si mettano di man in mano secondo il suo ordine, verso la parte sinistra.

In che modo si moltiplicarà vn numero p vn'altro numero scritto con più figure.

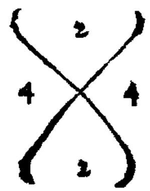
COSI tu vedi esser stato fatto in questo essempio, nel quale quattro ordini di numeri sono stati constituiti dalli numeri prodotti.

per 9.




```
      4300678
       600394
-------------
     17202712
    38706102
  12902034
25804068
-------------
2582101267132
```

per 7.



PERCIOCHE tutto il numero prodotto dalla moltiplicatione del 4. in tutte le figure del numero superiore, ha la prima sua figura sotto 4. Così ancora il numero prodotto dalla moltiplicatione del 9. in tutte le figure del numero superiore, ha la prima

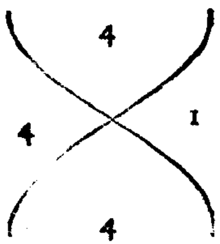
prima sua figura sotto 9. Per la medesima ragione la prima figura del numero prodotto dalla moltiplicatione del 3. in tutte le figure del numero superiore, è posto sotto 3. Vltimamente la prima figura del numero prodotto dalla moltiplicatione del 6. in tutte le figure del numero superiore, è posto sotto il 6. & tutte l'altre figure procedano con il suo ordine verso la parte sinistra.

Et perche la figura o. così moltiplicando, come ancora moltiplicata, sempre produce o. perciò habbiamo nel numero inferiore lasciati li due zeri, senza moltiplicarle nel numero superiore, perche sempre haurebbono produtto o. Il medesimo si farà ogni volta che nel numero inferiore saranno alcuni zeri; perche quelli sempre lasciaremo, & andaremo à pigliare la prossima figura seguente significatiua. Ma non però sono da lasciare li zeri del numero superiore, se vi saranno; perche se bene moltiplicate per le figure significatiue del numero inferiore producano o. nondimeno auuiene spesso, che à quel o. prodotto s'habbia d'aggiongere qualche cosa, cioè quello, che nella precedente moltiplicatione sarà stato riserbato, & quello si deue riporre sotto la linea, in luogo del numero prodotto. Anzi ancorche non sia riserbato niente, si dourà porre nondimeno la figura o. sotto la linea, in luogo del numero prodotto. Le quali cose tutte nelli essempij superiori sono state osseruate. Perche nel primo, quando hauiamo moltiplicato 8. per o. producemmo o. Ma perche nella precedente moltiplicatione era stato riseruato 3. habbiamo posto 3. in luogo del o. prodotto. Di poi quando moltiplicammo di nuouo 8. per o. producemmo ancora o. Et perche niente era stato riserbato, ponemo o. in luogo del prodotto. Et il medesimo è stato fatto nell'altro essempio.

Doppo questo di sotto à tutti li numeri prodotti si tiri vn'altra linea, per metter sotto di quella tutta la somma raccolta di tutti quei numeri prodotti. La qual somma si deue raccorre, secondo che s'è detto nel cap. del modo di sommare i numeri: pur che la prima figura di qual si voglia numero prodotto s'intenda tenere & occupare quel luogo, che occupa la figura del primo prodotto, sotto la quale ella è posta, cioè, che la figura 2. la quale è la prima del secondo numero prodotto nel prossimo essempio, s'intenda esser posta sotto il secondo luogo del primo numero prodotto, & la figura 4. ch'è la prima nel terzo numero prodotto, s'intenda esser posta sotto il terzo luogo del primo numero prodotto. Vltimamente la figura 8. quale è la prima ancora nel quarto numero prodotto, s'intenda occupare, & esser posta nel sesto luogo sotto il primo numero prodotto. Imperoche tu vedi in detti luoghi tutte queste figure esser poste. Ma acciò la cosa si faccia chiara con l'essempio, la somma si raccorrà in questo modo. Nelli numeri prodotti solamente la figura 2. occupa il primo luogo, quella sola dunque si porrà sotto la linea. Di poi nel secondo luogo vi è 1. & 2. che fanno 3. da porsi nel secondo luogo. Di poi nel terzo luogo vi è 7. & 4. che fan 11. s'hauerà dunque da porre 1. sotto la linea nel terzo luogo, & serbare 1. per aggiongerlo alle figure del quarto luogo, &c. Di questa maniera la somma raccolta sarà 2582101267132. & questo numero si produce dalla moltiplicatione del 4300678. nel 600394.

Ma acciò tu veda, il medesimo numero produrs ancora, se il maggior numero fosse messo sotto il minore, habbiamo posto quest'altro seguente essempio, nel quale li medesimi duoi numeri 4300678. & 600394. si moltiplicano tra di loro; ma il maggiore è posto sotto il minore, & si sono fatti cinque ordini di numeri prodotti, quante à ponto sono le figure significatiue nel numero inferiore: & nientedimeno il medesimo numero, che prima, s'è prodotto.

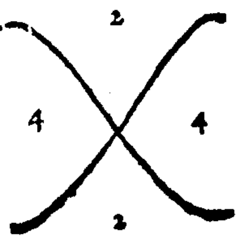
per 9. per 7.



600394
4300678

4803152
4202758
3602364
1801182
2401576

2582101267132



QVESTO modo di moltiplicare, che fin qui habbiamo esposto, è il piu vsato appresso tutti; ma pur altri modi di moltiplicare, & non men belli, mostraremo nella nostra Aritmetica maggiore.

Prima proua della moltiplicatione per la regola del 9.

LA proua della moltiplicatione è di tre sorti. La prima si fa per il leuare del 9. in questo modo.

PRIMA si buttino via li 9. dal numero moltiplicato, quante volte si può, si come hauiamo detto nel cap. del sommare, & quel ch'auanza, si ponga nella parte sinistra della Croce. Doppo leuati via li 9. nel medesimo modo, dal numero moltiplicante, pongasi quel, ch'auanza, nella parte destra della croce. Terzo moltiplicando questi duoi residui tra di loro, leuansi dal prodotto li 9. & quel, ch'auanza, si ponga nella parte di sopra della croce. Vltimamente poi leuinsi ancora dalla somma di tutti li numeri prodotti li 9. & quel ch'auanza si scriua nella parte inferiore. Percioch'è necessario, non essendosi fallato nella moltiplicatione, che questo vltimo residuo sia equale à quello, ch'è posto nella parte superiore della croce. Li essempij sono posti nelle moltiplicationi di sopra. Perche nel primo essempio, leuati li 9. dal 600394. il resto è 4. & il resto di 8. è 8. perche da 8. non si può leuare 9. Moltiplicati dunque questi residui 4. & 8. tra di loro fanno 32. dal qual

qual numero se leuarai li 9. restarà 5. Ancora il medesimo restarà, se si leuaranno li 9. dal prodotto 4803152. Nel secondo essempio il resto del primo numero è 1. & del secondo è 4. moltiplicati dunque questi residui 1. & 4. tra di loro faranno 4. che si porrà nella parte di sopra della croce, perche il 9. non si può leuare da 4. & così leuati li 9. dalla somma rimane ancora 4.

Seconda proua della moltiplicatione per la regola del 7.

L'ALTRA proua si fa co'l leuare li 7. cioè, se nel modo, ch'habbiamo detto nel cap. del sommare, si buttino via li 7. dalli numeri medesimi, dalli quali nella proua passata hauemo detto, che si douessero leuare li 9. L'essempio tu l'hai nelle precedenti due vltime moltiplicationi. Ma queste due proue sono anco qui fallaci per le ragioni dette di sopra. Onde per essere piu certo, non hauere fatto errore, potrai fare tutte due proue, come nel cap. del sommare detto habbiamo.

Terza proua della moltiplicatione per la regola del partire.

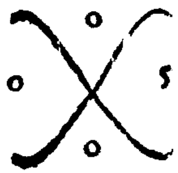
LA terza proua è certissima, & si fa per la diuisione, perche se tutta la somma prodotta si diuiderà per vno de duoi numeri moltiplicati, necessariamente riuscirà l'altro numero nel numero, che dalla diuisione si produce. Et questa diuisione sarà facilissima, essendo che non sarà bisogno cercare le figure che s'hãno da porre nel numero, che si produce dalla diuisione, conciosia che tutte quelle per ordine si contengono nell'altro numero moltiplicato. Mà questa proua meglio s'intenderà, quando sarà dichiarato, come si faccia la Diuisione.

Altri due essempij con la proua del 9.

4068
23

12204
8136

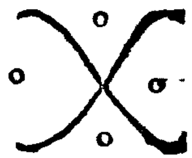
93564



3069
45

15345
12276

138105



NEL

Nel primo essempio di questi due il primo residuo, ch'auanza, è o. Onde benche il secondo auanzo sia 5 niētedimeno la moltiplicatione delli auanzi fa o. Ma nel secōdo essempio l'vno & l'altro auanzo de i numeri moltiplicati è o. Onde la moltiplicatione di quelli sarà ancora o. & cosi nell'vno come nell'altro essempio il resto del numero prodotto necessariamente sarà ancora o.

Facilità del moltiplicare, quando i numeri nel principio hanno delli zeri.

Se per auuentura l'vno & l'altro numero da moltiplicarsi, ouero vno d'essi, hauerà nel principio alcuni zeri, la moltiplicatione sarà molto facile. Perche lasciati tutti quei zeri, si douerà moltiplicare il resto de i numeri trà di loro, & al numero prodotto aggiōgere, verso la man destra, per ordine tutti quelli zeri lasciati. Come dire, se si douerà moltiplicare 3406. per 4000. Lasciati li zeri 000. si moltiplicarà il dato numero per 4. & al fine del numero prodotto 13624. si metteranno li medesimi zeri lasciati, in questo modo 13624000. Cosi ancora se si doueranno moltiplicare 3040000. per 203000. Lasciati li 7. zeri, li quali sono posti dalla parte destra d'essi numeri, si moltiplicaranno i numeri 304. 203. che restano, trà di loro, & al numero prodotto 61712. s'aggiongeranno al fine quei 7. zeri lasciati, in questo modo. 617120000000.

Di qui è, che hauendosi da moltiplicare qualche numero per 10. ò per 100. ò per 1000. &c. si douerà sempre aggiongere à quel numero nella parte destra tanti zeri, quanti sono contenuti nel numero, che moltiplica, senza alcuna altra moltiplicatione. Perche, leuati via li zeri, rimane solamente l'vnità, la quale moltiplicando il numero dato produce sempre il medesimo numero. Come 5067. moltiplicato per 10. fa 50670. & moltiplicato per 100000. fà 506700000. Cosi ancora 3000. moltiplicato per 100. fà 300000. &c.

DEL

DEL PARTIRE DE I NVMERI intieri. Cap. V.

Che cosa sia partire.

Il diuidere ò partire, è vn distribuire ò segare qual si voglia numero proposto in piu parti equali denominate d'vn altro numero dato. Come dire; partire il numero 36. per 9. è distribuirlo in 9. parti equali denominate da 9. cioè in 9. parti none; ciascuna delle quali contiene quattro vnità. Di maniera che il 4. sia il numero da questa diuisione prodotto, il quale si suole chiamare Quotiente, perche mostra, quante volte il numero 9. il quale si chiama Diuidente ouero partitore, si contiene nel numero 36. che s'ha da partire; poiche mostra esser contenuto quattro volte, cioè tante volte, quante vnità sono cōtenute nel numero Quotiente, ch'è 4. Donde nasce, che il Partire, ò diuidere si può ancora descriuere così. Il Partire, ò diuidere non è altro, che trouare vn numero, che contenga tante vnità, quante volte il numero, che si partisce, contiene il partitore; si come nel proposto essempio è manifesto.

Quotiente che cosa sia.

In che modo nella diuisione i numeri s'hano da porre.

Nella Diuisione si scriue il partitore sotto il numero, che s'ha da partire, non già mettendo la prima figura sotto la prima, la seconda sotto la seconda, &c. si come nel sommare, sottrarre, & moltiplicare è stato fatto, ma con ordine contrario. Perche qui s'ha da porre l'vltima figura del partitore sotto l'ultima figura del numero, che si diuide, & la penultima sotto la penultima, &c. Come se si ha da partire il numero 7809. per 47. s'haueranno da collocare li numeri nel modo, che qui vedi nel proposto essempio.

```
7809
47
```

Ma se l'vltima figura del partitore sarà maggiore dell'vltima figura del numero, che s'ha da partire, si porrà l'vltima figura del partitore sotto la penultima figura del numero, che si partisce, & la penultima sotto l'antepenultima, &c. si come in questo essempio è manifesto. Et il medesimo si farà, quando l'vltima figura del

```
37800
 47
```

ra del partitore sarà equale alla figura del numero, che si diuide, ma la penultima sarà maggiore che la penultima: ouero quando così l'vltima all'vltima, come la penultima alla penultima sarà equale, ma l'antepenultima del partitore sarà maggiore che l'antepenultima del numero, che si diuide: ouero finalmente ogni volta, che'l partitore sarà maggiore di quel numero, che esprimono tante figure vltime del numero, che si partisce, con quante si scriue esso partitore. Le quali cose tutte sono manifeste in questi tre essempij.

46800.	476047.	4792.
47	4762	47

In che modo si facci la diuisione.

Ma in questo modo si farà la Diuisione. Cerchisi prima quante volte si contenga il partitore nel numero scritto sopra di se, & il numero, che mostra quante volte si contiene, si scriua dalla parte destra del numero, che s'ha da partire, dopò questa linea corua (. & questo numero (il quale si scriue sempre con vna figura, non potendosi mai pigliare maggior numero che 9. nel Quotiente, ancor che paia alle volte il partitore entrarui nel numero posto sopra di se piu che 9. volte, si come nelli essempij sarà manifesto) si moltiplichi per il partitore, & il numero prodotto, (il quale non s'ha da scriuere da parte, ma tenerlo à mente) si sottragga dal numero sopra di se scritto, in quel modo, che insegnato hauemo nella regola della sottrattione, scriuendo ciascuno auanzo de i numeri sopra le figure, dalle quali è stata fatta la sottrattione, scancellate però prima queste figure, insieme col partitore. Et fatto questo, tutto il numero, che resta, scritto sopra il partitore, deue esser minore ch'el detto partitore, altrimente sarebbe fatto errore nel partire. Il che ancora ne gl'altri auanzi si deue osseruare.

Nel Quotiente non si può porre maggior numero che 9.

Il numero che rimane sempre deue esser minore del partitore.

Di poi s'hauerà da trasportare ò promouere il partitore verso la parte destra nel luogo piu vicino, & di

& di nuouo cercare, quãte volte si contenga nel numero, che gli viene essere posto di sopra, & fare tutte l'altre cose, come prima. Ma se in alcuna promotione ò trasportamento del partitore, il partitore fosse maggiore del numero à se sopra scritto, tal che ne anco vna volta in quello si contenesse, si scriuerà vn zero nel Quotiente doppo quel numero, che hauemo detto douersi scriuere doppo la linea corua, & scãcellare il partitore; & di nuouo trasportarlo al luogo piu vicino, & cercare, come prima, quante volte nel numero sopra di se scritto sia contenuto, &c. Et così sempre s'hauerà da portare innanzi il partitore, fin che non rimanga luogo alcuno nel numero che si diuide, sotto'l quale il partitore si possa promouere. Ma queste cose con l'essempi si faranno piu facili, & piu piane.

In che modo vn numero si partisca p vna figura sola.

S'habbia primamente à partire il numero 76048. per vna figura sola, come dire per 8. prima trouo il partitore 8. essere contenuto nel numero 76. sopra di se posto noue volte. Quel numero però si dice esser scritto sopra il partitore, che viene espresso dalla figura posta sopra la prima figura del partitore, & da tutte le altre verso la parte sinistra, se alcuna ve n'è. Come nell'essempio proposto. Il numero sopra il partitore posto è 76. Et dalla tauola Pitagorica, ch'è posta di sopra, facilmente conoscerai, quante volte si contenga la figura del partitore nel numero sopra di se posto. Imperoche se pigliarai la figura del partitore nel capo della tauola, & per la linea rispondente à quella al dritto in giù discendendo pigliarai il numero posto sopra la detta figura del partitore, ouero, se quello non ci si troua, il numero minore di quello, che gli è piu vicino, la figura, che risponde à quello nel sinistro lato della tauola, mostrerà, quante volte la figura del partitore si contenga nel numero sopra di se posto. Come nel proposto essempio. Sotto la figura 8. nella tauola Pitagorica non si ritroua il numero 76. sopra il partitore 8. posto: Se dunque si pigliarà il numero 72.

Qual numero sia ql lo che si dice esser scritto sopra il partitore.

In che modo si conosca dalla tauola Pitagorica, quante volte la figura del partitore si contenga nel numero soprapposto.

ro 72. minore, & al 76. prossimo, si ritrouerà nel sinistro lato della medesima tauola la figura 9. Adunque noue volte la figura 8. si contiene nel 76. & cosi di tutti gl'altri. Pongo dunque 9. doppo la linea corua, & moltiplico 9. per 8. dicendo, 9. via 8. fa 72. che si deuono sottrarre dal numero 76. posto sopra il [illegible]itore, in questo modo. Leuato [illegible] 6. riman 4. Scancellata dunque la figura 8. del [illegible]tore, & la figura 6. del numero che si diuide, p[illegible] 4. sopra il 6. & sottratto 7. da 7. riman nulla. [illegible]cellata dunque la figura 7. nulla pongo sopra l[illegible]gura 7. Perche vi si douerebbe porre il zero, che sarebbe superfluo, non lo seguendo nissun'altra figura verso la sinistra. Et cosi s'è finità vna operatione della diuisione, & rimane questo numero 4048. si come nell'essempio proposto appare.

4
70048 (9
8

Doppo promosso il partitore nel luogo precedente sotto il o. come qui vedi nel secondo essempio, trouo, che'l partitore 8. è contenuto cinque volte nel numero 40. sopra di se scritto. Pongo dunque 5. doppo la figura 9. già sopra ritrouata, si come nel seguente terzo essempio si vede, & dico 5. via 8. (cioè moltiplicando la figura 5. ritrouata per il partitore) fa 40. che sottratto dal numero 40. posto sopra il partitore, non lascia niente. Scancellata dunque la figura 8. del partitore, & le figure o. & 4. del numero, che si diuide, sarà finita la seconda operatione della Diuisione, & rimarrà questo numero 48. Come in questo medesimo terzo essempio si vede.

4
70048 (9
88

4
70048 (95
88

Di nuouo promosso il partitore nel luogo precedente sotto la figura 4. come tu vedi nel quarto essempio, ritrouo, che ne anco vna volta si contiene

4
70048 (95
888

tiene il partitore 8. nel soprascritto numero 4. Pongo dunque o. doppo la figura 5. vltimamente ritrouata, come s'è fatto in quest'altro quinto essempio. Et perche la figura o. moltiplicata per il partitore 8. nulla produce, nulla si sottrarrà dal numero 4. posto sopra il partitore. Scancellato adunque il partitore, sarà finita la terza operatione della Diuisione, & restarà il numero 48. si come è manifesto in questo istesso quinto essempio.

4
70048 (950
888

Finalmente promosso il partitore nel luogo precedête sotto la figura 8. si come qui nel sesto essempio si vede, ritrouo il partitore 8. nel numero 48. soprascritto contenersi sei volte. Pongo dunque 6. doppo la figura o. ritrouata vltimamente, si come s'è fatto qui in questo settimo essempio, & dico 6. via 8. (cioè moltiplicando la figura 6. ritrouata per il partitore) fa 48. qual numero sottratto dal numero 48. sopra il partitore posto nulla vi lascia. Scancellata dunque la figura 8. del partitore, & le figure 8. & 4. del numero, che si partisce, sarà finita tutta l'operatione della Diuisione, non restando altro luogo nel numero, che si partisce, nel quale possi esser promosso il partitore; & nella Diuisione non auanzarà cosa alcuna. Di sorte che tutto'l numero Quotiente è 9506.

4
70048 (950
8888

4
70048 (9506
8888

Ho posto tanti essempi in questa diuisione, accioche piu distintamente apparisca quel, che rimane in ciascuna operatione, & quel che si scancella; se bene l'ultimo solo basti per tutti: Di maniera che nell'operare non è necessario scriuere gl'altri essempi, ma basta, che l'ultimo si metta.

Di modo, che come vedi, il Quotiente ha tante figu- Il Quotiente quâte figure habbia in qualunque Diuiſione.

figure, quante volte il partitore è poſto ſotto il numero, che ſi diuide. Il che auuiene ancora in tutte l'altre diuiſioni, ancorche ſiano fatte per piu figure. Perche ſempre il Quotiente hauerà tante figure, quante volte tutto il partitore ſi pone ſotto il numero, che ſi diuide.

In che modo vn numero ſi partiſca per piu figure.

S'HABBIA da poi da partire il numero 1832487. per il partitore 469. il quale non con vna ſola, ma con piu figure ſi ſcriue. Qui per ſapere, quante volte il partitore ſia contenuto nel numero ſopra di ſe ſcritto, (in queſto eſſempio il numero poſto ſopra il partitore è 1832.) non ſi ha da cercare queſto di tutto il partitore, ma baſta, che ſi cerchi, quante volte l'vltima ſua figura, che in queſto eſſempio è 4. ſia contenuta nel numero ſopra di ſe poſto, (Et qui ancora dico quel numero eſſer poſto ſopra l'ultima figura del partitore, ouero ſopra qual ſi voglia altra, che s'eſprime dalla figura ſcritta ſopra quella, & da tutte l'altre verſo la parte ſiniſtra, ſe ve ne ſono. ſi come nel dato eſſempio, ſopra la figura 4. v'è poſto il numero 18. & ſopra il 9. il numero 1832.) il quale è qui 18. auuertendo però, che non ſempre ſi deue porre nel Quotiente quel la figura di tante vnità, quante volte l'vltima figura del partitore ſi contiene nel numero ſopraposto à quella, ma diligentemente ſi deue hauer cura di porui tale figura, che moltiplicata per tutto il partitore con quell'ordine, che hor hora diremo, produca vn tale numero, che ſi poſſa ſottrarre dal numero ſopraposto al partitore, & ſottratto laſci vn numero (ſe pur ne laſciarà qualcheduno) minore del partitore. Si che, (per venire all'eſſempio propoſto) ancorche l'ultima figura del partitore, ch'è 4. ſi contenga nel ſopraposto numero 18. quattro volte, nondimeno, perche la figura 4. moltiplicata per tutto il partitore produce vn numero maggior che 1832. il qual'è poſto ſopra tutto il partitore, di

Qual numero ſi dica eſſer poſto ſopra qual ſi voglia figura del partitore.

$$
\begin{array}{l}
\quad 42 \\
\quad \cancel{6}\cancel{8}5 \\
\cancel{1}\cancel{8}\cancel{3}\cancel{2}487 \quad (3 \\
\quad \cancel{4}\cancel{6}\cancel{9}
\end{array}
$$

ſorte

ſorte che dal numero ſopraposto non ſi poſſa quel numero prodotto ſottrarre, non pongo altrimente 4. nel Quotiente, ma 3. Et ſe queſta figura 3. moltiplicata in tutto il partitore produceſſe ancor maggior numero che 1832. porrei 2. in luogo del 3. Et ſe la figura 2. moltiplicata per il partitore produceſſe ancor maggior numero, ponerei 1. Et coſi ſempre ſcemarò la figura del Quotiente d'una vnità, fin che ritroui vna figura, che moltiplicata per il partitore produchi vn numero, che ſi poſſa cauare dal ſopraſcritto numero.

In che modo ſi debbia moltiplicare la figura del Quotiente ritrouata per il partitore.

MA la figura del Quotiente trouata coſi ſi deue moltiplicare in tutto'l partitore. Primieramente ſi deue moltiplicarla per l'vltima figura del partitore, & leuare queſto prodotto dal numero poſto ſopra quella vltima figura, ſcancellando però prima quella figura del partitore, inſieme col numero, dal quale s'è fatta la ſottrattione. Da poi s'ha da moltiplicare nella figura penultima del partitore, & il numero prodotto leuare dal numero poſto ſopra la penultima figura del partitore, come prima. Et in queſto modo s'ha da moltiplicare in tutte le figure del partitore, &c. Come nel noſtro eſſempio 3. via 4. fa 12. il qual numero coſi ſi ſottrarrà dal numero 18. ſopraposto. Leuando 2. dal 8. riman 6. Scancellata dunque la figura 4. del partitore, & la figura 8. del numero, che ſi partiſce, ripongo 6. ſopra 8 Leuato di piu 1. da 1. riman nulla. Dunque ſcancello 1. Da poi 3. via 6. fa 18. che dal numero 63. ſopraposto ſi ſottrarrà in queſta maniera. La diſtanza del 8. dal 10. (perche 8. da 3. non ſi può cauare) è 2. aggiongo 3. & fo 5. che pongo ſopra 3. ſcancellata prima la figura 6. del partitore, inſieme con la figura 3. del numero, che ſi partiſce. Ma ſubito aggiongo 1. (per amor della diſtanza dal 10. della quale s'è fatta mentione) all' 1. (cioè alla decina del numero 18. che ſi ſottrae) & fo 2. che cauato dal 6. riman 4. il quale ripongo ſopra il 6. ſcancellata prima la detta figura 6. Vltimamente 3. via 9. fa 27. il qual

 nu-

numero in questo modo s'ha da leuare dal soprascritto numero 452. La distanza del 7. dal 10. (perche il 7. dal 2. non si può sottrarre) è 3. aggiongo 2. & fo 5. che pongo sopra il 2. scancellata prima la figura 9. del partitore, & la figura 2. del numero, che si diuide. Ma subbito aggiongo 1. al 2. (cioè alle dicine del numero 27. che si sottrae) per conto della detta distanza dal 10. & fo 3. che sottratto dal 5. (cioè dal la seconda figura del numero 452. dal quale si fa la sottrattione) riman 2. Pongo dunque 2. sopra 5. scancellata prima la detta figura 5. Et cosi s'hauerebbe da seguitare di man in mano, se si trouassero piu figure nel partitore. Sarà dunque in questo modo finita vna operatione della diuisione, & rimarrà questo numero 425487. come vedi nel soprapposto essempio.

PORTATO da poi il partitore piu auanti nel precedente luogo, di maniera che ciascuna figura del partitore muti vn luogo solo, come qui vedi, m'accorgo, l'vltima figura del partitore, cioè il 4. contenersi noue volte nel numero 42. soprapposto. Onde pongo 9. doppo la figura 3. ritrouata nella prima operatione, si come nel l'essempio seguente si vede, &

```
   42
  655
1832487 (3
  4699
   46
```

dico 9. via 4. fa 36. il qual numero cosi cauo dal numero 42. soprapposto. La distanza dal 6. al 10. (perche 6. dal 2. non si può leuare) è 4. aggiongo 2. & fo 6. che pongo sopra il 2. scancellata prima la figura 4. nel partitore, insieme con la figura 2. nel numero, che si partisce: Et aggiongo 1. al 3. (cioè alle decine del numero 36. che sottraemo) per amor della detta distanza dal 10. & fo 4. che leuato dal 4. nulla auanza. Scancello dunque 4. & di nuouo dico 9. via 6. fa 54. Leuato dunque 4. dal 5. riman 1. & leuato ancora 5. dal 6. resta ancora 1. Per il che scancellata la figura 6. nel partitore, insieme con le figure 5. & 6. nel numero, che si diuide, pongo sopra

pra ogn'una di quelle la figura 1. Finalmēte 9. via 9. fa 81. il quale cosi cauaremo dal numero 114. soprapposto. Leuato 1. dal 4. riman 3. pongo dunque 3. sopra 4. scancellata la figura 9. nel partitore, & la figura 4 nel numero, che si diuide: Ma la distanza da 8. à 10. (perche 8. dal 1. non si può leuare) è 2. aggiongo 1. & fo 3. che pongo sopra la figura 1. scancellata prima detta figura 1. Et per amor della detta distanza dal 10. leuo 1. dal 1. & niente m'auanza. Scancello dunque 1. & cosi sarà finita la seconda operatione della Diuisione: & il numero che rimane, sarà 3387. si come nell'essēpio è chiaro.

```
    1
   63
  421
  6883
1832487 (390
 469999
  4996
   44
```

DI nuouo portato auanti il partitore nel prossimo luogo, si come nell'essempio prossimo si vede, si che la figura 9. sia posta sotto 8. ma 6. sotto 3. & 4. sotto 3. veggo che l'ultima figura del partitore, qual'è 4. ne anco vna volta si contiene nel numero soprapposto. Onde pongo 0. doppo la figura 9. già ritrouata, & scancello il partitore. Imperò cosi sarà finita la terza operatione, & rimarrà il medesimo numero 3387. che restò nell'operatione passata.

VLTIMAMENTE portato auanti il partitore nel primo luogo, si come nel medesimo essempio prossimo è manifesto, ritrouo l'vltima figura 4. del partitore contenersi nel numero soprascritto 33. solamente 7. volte; perche se si pigliasse 8. volte, non si potrebbe dal nnmero soprapposto far la sottrattione di

```
   1
  631
 42180
 655364
1832487 (3907.
 469996
  4966
   44
```

$\frac{1}{4}\frac{0}{6}\frac{4}{9}$

tutti li numeri, che da 8. in tutto il partitore si pro-

 duco-

ducono. Onde pongo nel Quotiente la figura 7. doppo l'altre figure ritrouate, come in questo essempio si vede,& dico 7. via 4.fa 28.che dal numero 33. in questo modo si caua. La distanza dal 8. al 10. (per che 8. dal 3. non si può cauare) è 2. aggiongo 3. & fo 5. Scancellata dunque la figura 4. nel partitore, & la figura 3. nel numero, che si diuide,pongo 5.sopra 3. & per conto della detta distanza dal 10. aggiongo 1. à 2. cioè alle decine del numero 28. che si caua, & fo 3. che leuato dal 3. nulla auanza. Onde scancellata la figura 3. di nuouo dico 7. via 6. fa 42. che dal numero soprapposto 58. cosi cauaremo. Sottratto il 2. dal 8. riman 6. Scancellata dunque la figura 6. nel partitore, & la figura 8. nel numero, che si partisce, pongo 6. sopra 8. Et leuato 4. dal 5. riman 1 Scancellata dunque la figura 5. pongo 1. sopra essa figura 5.& finalmente dico 7.via 9.fa 63.che dal numero 167. soprapposto in questo modo si caua. Leuato 3. dal 7. auanza 4. Scancellata dunque la figura 9. nel partitore, & la figura 7. nel numero,che si diuide, pongo 4. sopra 7. Di poi cauato 6. dal 6. riman o. Scancellata adunque la figura 6. pongo o. sopra quella.Et cosi è finita tutta la Diuisione,& rimane questo numero 104. che si douerà collocare doppo il Quotiente 3907. sopra il partitore 469. & tirare vna linea tra di loro,acciò si faccia vn numero rotto, cioè parti 104.di 469. parti,nelle quali s'intende qualche cosa intiera essere stata diuisa. Nel medesimo modo nell'altre diuisioni si pone quello, che resta, sopra il partitore, tirata vna linea tra di loro, acciò si faccia vn numero rotto.

Che cosa s'habbia da fare del numero, che resta dalla Diuisione.

Anzi ogni volta,che vn numero minore si propone da douersi partire per vn maggiore, si douerà porre il numero, che si partisce, sopra il partitore, tirata la detta linea tra di loro,acciò si faccia vn numero rotto. Come se si douesse partire 48. scudi in 60. soldati,si farà questo numero rotto,che qui vedi esser posto: si che ogn'uno pigliarà 48. parti delle 60. nelle quali s'intende vno scudo essere

$\frac{48}{60}$.

Che sia da farsi quando si propone vn numero minore da partire per vn maggiore.

essere partito. Ma che cosa sia numero rotto, & in che modo si troui il suo valore,tanto nelle monete, quanto nelli pesi, ouero misure,secondo che il numero che si diuide, significa moneta, ouero peso, ò misura,diremo quãdo trattaremo de i numeri rotti.

Sono alcuni, che in altro modo moltiplicano la figura del Quotiente ritrouata in tutto il partitore. Imperoche prima moltiplicano quella per la prima figura del partitore,& il prodotto cauano dal numero soprapposto à quella figura: Doppo la medesima moltiplicano per la seconda figura del partitore, & cosi di man in mano per le altre,fino à tanto,ch'arriuino all'vltima, & li numeri prodotti leuano dalli numeri soprapposti. Come se s'ha da partire il numero 3387. per 469. (si come nell'vltima operatione dell'essempio passato è stato fatto) dopò ch'hãno ritrouato l'ultima figura del partitore, cioè 4.contenersi 7. volte nel soprapposto numero 33. (perche otto volte non vi può entrare,si come hauemo detto poco fa)posta ch'hanno nel Quotiente la figura 7.non dicono 7. via 4. fa 28. come facemmo noi, ma 7. via 9. fa 63. il qual numero cosi sottraggono dal soprapposto numero 3387. Leuato 3. da 7. riman 4. Scancellata dunque la figura 9. nel partitore, & la figura 7. nel numero,che si diuide, pongono 4. sopra il 7. Di piu leuato 6. dal 8. riman 2. che pongono sopra il 8. prima scancellato. Di poi di nuouo dicono 7. via 6. fa 42. che cosi cauano dal soprapposto numero 332. Leuando 2. da 2. riman nulla. Scancellata dunque la figura 6. nel partitore, insieme con la figura 2. nel numero, che si partisce, pongono o. sopra 2. Et perche 4. cioè l'altra figura del numero prodotto 42. non si può cauare dal 3. pigliano la distanza di 4. à 10. cioè 6. alla quale aggiongono 3. & fanno 9.che scriuono sopra il 3. prima scancellato. Ma per amor della distanza detta dal 10. cauano 1. dall'vltima figura 3. & pongono 2.sopra 3.scancellata prima la

In che modo alcuni moltiplichino la figura del Quotiente ritrouata nel partitore.

$$\begin{array}{r} 10 \\ \cancel{2}\cancel{9}24 \\ \cancel{3}\cancel{3}8\cancel{7}\ (7 \\ \cancel{4}\cancel{6}\cancel{9} \end{array}$$

ma la figura 3. Finalmente dicono, 7. via 4. fa 28. Leuato dunque 8. dal 9. riman 1. che scriuono sopra 9. scancellata prima la figura 4. nel partitore, insieme con la figura 9. nel numero, che si diuide. Di piu leuato 2. da 2. riman nulla. Et cosi sarà finita l'operatione. In questo modo spesso auuiene, che non si scriuono tante figure sopra il numero, che si diuide, quante se ne pongono in quel primo modo, quando la figura del Quotiente si moltiplica per l'vltima figura del partitore, & poi per la penultima, &c. come di sopra hauemo dichiarato. Il che con li essempi esperimentarai. Ma quel primo modo appresso l'Aritmetici, & Mercanti è piu in vso, & anco piu facilmente in quello si può correggere l'errore, se per sorte si fosse posta vna figura nel Quotiēte troppo grande, come adesso insegnaremo.

In che consista la difficultà del partire.

INTESO bene questo essempio, ch'habbiamo dichiarato, nissuna difficultà s'hauerà nel partire qualunque numero per vn'altro di quante figure si voglia. Perche tutta la fatica par che stia in conoscere, quante volte l'vltima figura del partitore nel numero soprascritto si debba pigliare, acciòche questa figura del Quotiente moltiplicata in tutte le figure del partitore facc a vn numero, che dal numero soprascritto si possa sottrarre, & che quel numero, ch'auanza doppo questa sottrattione, sia minore del partitore.

Quādo per il Quotiente è pigliata vna figura troppo piccola ò grande, che cosa si debba fare.

CHE se alcuna volta auuerrà (il che spesso suole accadere à quelli, che non sono molto essercitati in questo mestiero) che si ponga nel Quotiente vna figura tale, che moltiplicata in tutte le figure del partitore, & leuato il prodotto dal numero posto sopra il partitore, quel numero, ch'auanza, sia maggiore del partitore, ouero che tutti li numeri prodotti non si possino sottrarre; se questo accaderà nel principio della Diuisione, facilmente si correggerà l'errore, se si pigliarà nel Quotiente vna figura maggiore, o minore, secondo sarà di bisogno. Perche all'hora si conoscono ancora bene le figure del

del numero, che si diuide, poste sopra il partitore, ancorche siano scancellate; si che facilmente da queste di nuouo si possono sottrarre li numeri prodotti dalla moltiplicatione della nuoua figura del Quotiente nelle figure del partitore, massime se le figure scancellate di quel numero, che si diuide, si scriueranno di nuouo ordinatamente sopra l'altre figure scancellate, & il partitore ordinatamente sarà riposto sotto il partitore scancellato, acciò le figure scancellate non ci diano impaccio. Ma se questo auuerrà nel mezo dell'operatione, ouero verso il fine, l'errore non si potrà cosi facilmente emendare, conciosia che à pena si distinguono all'hora le figure del numero, che si diuide, poste in quell'operatione sopra il partitore, dall'altre figure, essendo gia scancellate, & mescolate con l'altre, & poste sopra il numero, che si diuide. Onde accioche all'hora non siamo forzati à rifare tutta la diuisione, (il che tutti dicono essere necessario) che sarebbe cosa fastidiosissima, & massime, se si fossero finite di fare molte operationi della Diuisione, habbiamo ritrouato questo rimedio, il quale, credo, nō poco giouamento reccarà à coloro, che in questo essercitio non sono molto prattici.

SE la figura pigliata nel Quotiente sarà troppo piccola, cioè, se il numero rimasto doppo la sottrattione de i numeri, che dalla moltiplicatione di quella figura in tutte le figure del partitore si producono, sarà maggiore del partitore, sottrarremo il partitore dal numero rimasto tāte volte, quāte potremo, fin à tāto che resti vn numero minore del partitore, & quāte volte il partitore sarà sottratto, tāte vnità aggiōgeremo alla figura del Quotiēte. Ma se la figura pigliata nel Quotiente sarà troppo grande, di modo che doppo la sottrattione di alquāti numeri, che dalla moltiplicatione di quella figura in alquante figure del partitore si producono, inciampiamo in alcun numero prodotto, che piu non possiamo sottrarre, moltiplicaremo quella figura del Quotiente nelle

nelle figure scancellate del partitore, cioè li prodotti delle quali già sono stati sottratti, & scriueremo li numeri prodotti per ordine sopra quelle figure del partitore, aggiontoli prima le figure del numero, ch'auanzò, scancellandole però. Perche in questo modo si restituirà il numero, che prima era posto sopra il partitore auanti quella operatione. Per la qual cosa di nuouo lo partiremo per il partitore, (rinouandolo prima però, quanto alle figure scancellate, acciò non facciano confusione) pigliando vn'altra figura nel Quotiente, che sia d'un' vnità minore di quella, che s'era pigliata prima. Et se questa figura ancora sarà troppo grande, restitueremo nel medesimo modo il numero posto sopra il partitore, & pigliaremo vn'altra figura minore. Et questo faremo tante volte, fin che trouaremo vna figura, che moltiplicata in tutte le figure del partitore produchi tali numeri, che si posfino sottrarre, & che lascino vn residuo minore del partitore. Ma tutte queste cose se faranno piu chiare con questo essempio.

Essempio del correggere, quando la figura del Quotiente è stata pigliata troppo piccola.

Habbiasi da partire il numero 1623149. per 2899. Posto il partitore sotto il numero, che si diuide, imaginiamoci, che qualcuno poco prattico hauesse pigliato nel Quotiente la figura 4. Onde se diremo 2. via 4. fa 8. che cauato (nel modo, che hauiamo insegnato nel l'essempio passato) dal 16. riman 8. Doppo 4. via 8. fa 32. che leuato da 82. riman 50. Di nuouo 4. via 9. fa 36. che cauato dal 503. resta 467. Finalmente 4. via 9. fa 36. che leuato da 4671. riman 4635. il qual numero è maggiore del partitore. Adunque è troppo piccola la figura 4. Onde cassato questo auanzo 4635. insieme con la figura 4. pigliata; porremo queste figure 16231. che nel numero, che si diuide, scancellate sono, sopra l'altre figure scancellate, & rinouato il partitore scancellato,

4
863
8075
1623149 (4
2899

lato, lo metteremo sotto il partitore, come si vede essere stato fatto in questo essempio. Et così sarà restituito tutto il numero che si diuide 1623149. insieme col partitore, come se ancora non fosse stata cominciata la Diuisione. Porremo dunque la figura 5. d'vn' vnità maggiore che'l 4. nel Quotiente, si come tu vedi in questo altro essempio, & diremo 5. via 2. fa 10. che leuato dal 16. riman 6. Scancellata dunque la figura 2. nel partitore, & la figura 1. nel numero che si diuide, che significa dieci rispetto della figura 6. diremo di nuouo 5. via 8. fa 40. che cauato dal 62. resta 22. Di piu 5. via 9. fa 45. che leuato dal 223. rimane 178. Finalmente 5. via 9. fa 45. che cauato dal 1781. resta 1736. il qual numero è minore del partitore. Adunque bene è stata presa la figura 5.

6
423
8031
18078
1623149 (4
2899
2899

1
2 3
078
4236
5961
18078
1623149 (45
28099
2809
289

Essempio del correggere, quando la figura del Quotiente è stata pigliata troppo grãde.

Ma acciò tu habbi ancor vn'essempio, quando la figura sarà pigliata troppo grande, presupponiamo, nel Quotiente del medesimo essempio esser stata posta la figura 6. Questa moltiplicata per 2. fa 12. che cauato dal 16. riman 4. Di poi perche 6. via 8. fa 48. che dal 42. non si può cauare, seguita, che la figura 6. pigliata è troppo grande. Per il che scancellato questo resto 4. insieme cõ la figura 6. pigliata, riporremo le figure 1. & 6. del numero, che si diuide, scancellate sopra le medesime figure, &

4
1623149 (6
2899

6
14
1623149 (6
2899
2

re, & la figura 2. ſcancellata nel partitore ſotto quella; affin che ſi reſtituiſca tutto il numero, che da principio è propoſto per partirlo, inſieme col partitore, come ſe la Diuiſione non foſſe ancora cominciata, come ſi vede eſſer ſtato fatto nel propoſto eſſempio. Porremo dunque nel Quotiente, come in queſt'altro eſſempio è manifeſto, la figura 5. d'vna vnità minore del 6. & diremo 5. via 2. fa 10. che ſottratto dal 16. riman 6. Scancellata dunque la figura 2. nel partitore, & la figura 1. nel numero, che ſi diuide, che ſignifica 10. riſpetto della figura 6. di nuouo diremo 5. via 8. fa 40. che cauato dal 62. reſta 22. Et 5. via 9. fa 45. che cauato dal 223. rimane 178. Finalmente 5. via 9. fa 45. che cauato da 1781. rimane 1736. S'ha potuto adunque ſottrarre tutti li numeri prodotti, & è rimaſto vn numero minore del partitore. Per il che bene è ſtata pigliata nel Quotiente la figura 5. Da quel, che s'è detto, facilmente puoi intendere, che s'habbia à fare, quando nel principio della Diuiſione viene ad eſſer pigliata vna figura troppo piccola, ò troppo grande. Adeſſo ſta attento, in che modo l'errore ſi corregga, quãdo è pigliata nel mezo della Diuiſione vna figura nel Quotiente troppo grande, ò troppo piccola.

1
2
6 3
14786
1622149 (65
2866
2

PROMOVASI adunque il partitore nell'eſſempio ſuperiore, doue nel principio della Diuiſione fu pigliata la figura 4. troppo piccola, come ſi vede nella terza rinouatione del medeſimo eſſempio. Et imaginiamoci l'ultima figura del partitore 2. nel ſopraposto numero 17. cõtenerſi ſette volte, & perciò nel Quotiente douerſi doppo la figura 5. ritrouata ſcriuere 7. Il che preſuppoſto, diremo 2. via 7. fa 14. che cauato dal 17. riman 3. che ſcriuo ſopra il 7. ſcancellata prima la figura 2. nel partitore, inſieme con le figure 7. & 1. nel numero, che ſi diuide. Doppo di nuouo diremo 7. via 8. fa 56. che dal 33. non ſi può cauare. Adunque la figura 7. pigliata è troppo grande. Acciò adunque ſi reſtituiſca il numero 17. dal quale è ſtata fatta la ſottrattione, ſe già tra tante figure ſcãcellate tu nõ lo riconoſceſſi, s'ha da moltiplicare la figura 7. pigliata per la figura 2. ſcancellata nel partitore, & al prodotto aggiongere la figura 3. poſta ſopra la detta figura 2. del partitore. Come dire, perche 7. via 2. fa 14. ſe li s'aggionge 3. fa 17. Scancellata dunque la figura 3. ſcriueremo ſopra di quella il numero 7. & ſopra la figura 1. ſcancellata porremo 1. di nuouo. Et coſi ſarà reſtituito il numero 17. dal quale è ſtata fatta la ſottrattione, come ſi vede nel propoſto eſſempio.

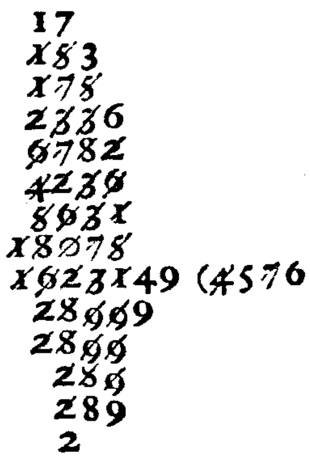
1
233
678
4236
8631
18075
1623149 (457
28669
2866
289

1
17
233
678
4236
8631
18075
1623149 (457
28669
2866
289
2

Poſta da poi la figura 2. ſotto la figura 2. ſcancellata nel partitore, acciò ſi reſtituiſca il partitore ancora, come in queſto eſſempio medeſimo è manifeſto, imaginiamoci l'ultima figura 2. del partitore eſſer contenuta nel 17. nõ ſette volte, ma ſei volte; & per queſto ſcancellata la figura 7. douerſi porre nel Quotiente la figura 6. come in queſt'altro

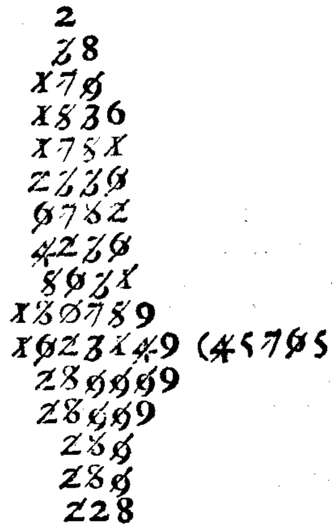
15
178
233
6782
4236
8631
18075
1623149 (4576
28669
2866
286
2

tro essempio si vede. Il che presupposto, diremo 6. via 2. fa 12. che sottratto dal 17. riman 5. Scancellata dunque la figura 2. nel partitore, insieme con le figure 7. & 1. nel numero, che si diuide, scriueremo 5. sopra 7. & diremo 6. via 8. fa 48. che cauato dal 53. riman 5. Scancellata dunque la figura 8. nel partitore, insieme con le figure 3. & 5. nel numero, che si diuide, scriueremò 5. sopra 3. & di nuouo diremo 6. via 9. fa 54. che sottratto dal 56. riman 2. Scancellata dunque la figura 9. nel partitore, insieme col numero 56. nel numero che si diuide, porremo 2. sopra 6. & finalmente diremo 6. via 9. fa 54. che dal 24. non si può cauare. Adunque la figura 6. nel Quotiente è troppo grande ancora. Per la qual cosa, acciò sappiamo, che numero fu posto sopra il partitore, auanti che cominciammo questa operatione, moltiplicaremo la detta figura 6. per le figure scancellate del partitore, si come è stato detto; cioè 6. via 9. fa 54. aggiongo 2. che è posto sopra la figura 9. del partitore scancellata, & fo 56. Scancellata dunque la figura 2. scriueremo 6. sopra quella, & riserbaremo 5. Doppo 6. via 8. fa 48. aggiontoli 5. che haueuamo riserbato, fa 53. Scriueremo dunque 3. sopra il 5. & riserbaremo 5. Vltimamente 6. via 2. fa 12. aggiontoli 5. che haueuamo riserbato, fa 17. che porremo sopra il 15. & così sarà restituito il numero, che auanti questa operatione era posto sopra il partitore. Rifatte di poi similmente le tre figure 2. 8. 9. scancellate nel partitore, & scancellata la figura 6. nel Quotiente, poniamo 5. in luogo di quella, come si vede in questo altro essempio.



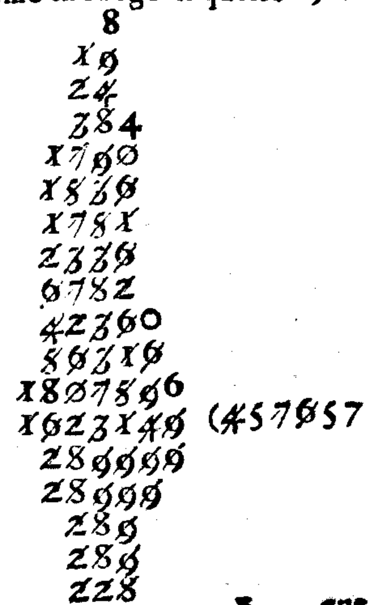
Et

Et perche 5. via 2. fa 10. che cauato dal 17. riman 7. scancellaremo la figura 2. nel partitore, insieme con la figura 1. nel numero, che si diuide, che significa diece rispetto della figura 7. & diremo 5. via 8. fa 40. che sottratto dal 73. riman 33. Scancellata dunque la figura 8. del partitore, insieme con la figura 7. nel numero, che partiamo, scriueremo 3. sopra quella, & di nuouo diremo 5. via 9. fa 45. che cauato dal 336. rimane 291. Scancellata dunque la figura 9. del partitore, insieme col numero 336. nel numero, che diuidiamo, porremo in luogo di quello 291.



& vltimamẽte diremo 5. via 9. fa 45. che sottratto dal 2914. riman 2869. il qual numero è minore del partitore. Adunque bene è stata pigliata la figura 5.

Finalmente trasportato il partitore nel prossimo luogo, cioè nell'vltimo, si come nel precedente essempio tu vedi, imaginiamoci l'ultima figura 2. del partitore esser contenuta nel soprascritto numero 28. sette volte. Posta dun-



E que

que la figura 7. nel Quotiente, come tu vedi nel proposto essempio, diremo 7. via 2. fa 14. che cauato dal 28. riman 14. & 7. via 8. fa 56. che sottratto dal 146. riman 90. & 7. via 9. fa 63. che sottratto dal 909. riman 846. & 7. via 9. fa 63. che cauato dal 8469. riman 8406. il qual numero è maggior del partitore. La onde la figura 7. pigliata è troppo piccola. Per il che sottrarremo il partitore dal detto resto, quante volte potremo, & scriueremo nel Quotiente vna figura di tante vnità maggiore che 7. quante volte il partitore sarà sottratto. Così però sottrarremo il partitore in questo seguente essempio, se prima il partitore sarà restituito. Cauato 2. dal 8. riman 6. & cauato 8. dal 64. riman 56. & cauato 9. dal 560. riman 551. Vltimamente cauato 9. dal 5516. riman 5507. il qual numero è maggiore ancora del partitore. Di nuouo dunque cauato 2. dal 5. riman 3. & cauato 8. dal 35. riman 27. & cauato 9. dal 270. riman 261. Vltimamente cauato 9. dal 2617. riman 2608. il qual numero già è minor del partitore. Adunque perche due volte è stato sottratto il partitore, scriueremo nel Quotiente, scancellata prima la figura 7. il numero 9. cioè maggiore di 2. vnità, che 7. Si che tutto il numero Quotiente è 559. Siamo stati costretti di di-

2
3
5
66
87
105
246
384
1790
15360
17511
23360
67821
423608
563167
1807596
1623149 (4579579
289999
289999
2899
289
228
28

chiarare tutta questa cosa con tanti essempi, acciò s'intendesse piu chiaramente quello, che rimane in ciascuna operatione, ancorche quest'vltimo solo sia bastante per tutti. Et benche habbiamo dichiarato questo rimedio con tante parole, l'vso nondimeno insegnarà facilméte la cosa essere piu breue, & piu facile di quello, che con parole si può esprimere.

Adunque se ci seruiremo di questo rimedio ogni volta, che nel Quotiéte sarà stata pigliata vna figura maggiore, ò minore di quella, che si deue, è incredibile, quanto facilmente qualunque numero si partirà per qual si voglia altro numero. Perche con questo remedio non è necessario, che siamo tanto solleciti, qual figura in qual si voglia operatione, nel Quotiente scriuere douiamo: poiche facilmente, & quasi senza alcuna fatica l'errore, se alcuno ne sarà stato fatto, potremo correggere con questo rimedio. Si che questo modo di partire, che fin qui insegnato habbiamo, è tra tutti gl'altri, che sogliono esplicarsi da altri Autori, il piu eccellente, il migliore, & piu ispedito; & perciò, chi desidera esser eccellente nell'arte di contare, deue porre gran cura, & diligenza d'essercitarsi in quello.

In che modo gli altri faccino la Diuisione.

Peroche se bene alcuni moltiplicano la figura posta nel Quotiente per tutto il partitore, & il numero prodotto scriuono sotto il partitore, ponendo la prima figura sotto la prima, & la seconda sotto la seconda, &c. per cauarlo dal numero posto sopra il partitore, la qual cosa senza dubbio è certa, & facile; nientedimeno fa la diuisione piu lunga, del douero, & non poco ritarda colui, che partisce. Peroche à partire u. g. questo numero 40689. per 1298. doppo che nella prima operatione hanno posto nel Quotiente la figura 3. moltiplicano quella per il partitore, prima però per il 8. dicendo 3. via 8. fa 24. Per il che scriuono 4. sotto 8. & saluano 2. Doppo 3. via 9. fa 27. aggiontoli 2. ch'era saluato, fa 29. Posto adunque 9. sotto 9. serbano 2. &c. Doppo questo, scancellato il partitore, leuano 4. dal

dal 8. & pongono il resto 4. sopra 8. scancellate prima le figure 4. & 8. &c. Portato poi innanti il partitore vanno seguitando nel medesimo modo. Il che noi piu brieuemente fatto hauemo, non scriuendo il numero prodotto sotto il partitore. Ha nientedimeno questo modo questa cõmodità, che dalla istessa operatione facilmente s'intende, se la figurá pigliata nel Quotiente è troppo grande, ò nò. Percioche se il numero prodotto dalla moltiplicatione di quella figura per il partitore si potrà sottrarre dal numero posto sopra il partitore, & ne lasciarà vn numero minore del partitore, quella figura sarà stata pigliata bene; se non, senza dubbio s'hauerà errato.

45
$\cancel{1}\cancel{7}\cancel{4}1$
$\cancel{4}\cancel{0}\cancel{9}8\cancel{9}$ (31
$\cancel{1}\cancel{2}\cancel{9}8\cancel{8}$
$\cancel{2}\cancel{3}\cancel{9}\cancel{4}$
$\cancel{1}\cancel{2}\cancel{9}$

La commodità del partire in questo modo.

Che altri ancora moltiplicano prima il partitore per tutte le figure significatiue, scriuendo ciascun numero prodotto appresso la figura moltiplicante, affin che tra quelli numeri prodotti cerchino il numero posto sopra il partitore, & quello ritrouato, ouero se non si ritroua, pigliato il minore piu propinquo, ponghino la figura moltiplicante scritta appresso quel numero nel Quotiente, & il numero pigliato sottraggano dal numero posto sopra il partitore, è cosa ancora facile, & commoda, massime alli principianti, & poco essercitati in quest'arte; ma troppo lunga, & fastidiosa. Imperoche à partire, per essempio, questo numero 97086. per 37. põgono il partitore appresso l' 1. dipoi il medesimo doppiato appresso'l 2. & triplicato appresso il 3. &c. Doppo tra questi numeri cercano il numero 97. posto sopra il partitore, il quale perche non ce lo ritrouano, pigliano 74. che è minore, & piu vicino, & la figura 2. incontro di quel

37	1
74	2
111	3
148	4
185	5
222	6
259	7
296	8
333	9

23
$\cancel{9}7086$ (26
$\cancel{2}77$
3

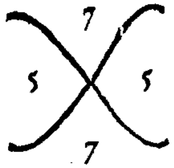
quello posta scriuono nel Quotiente, & leuano 74. dal 97. scriuendo il rimanente numero 23. sopra'l 97. scancellate prima le figure 7. & 9. insieme col partitore. Di poi promosso il partitore, ricercano tra li medesimi numeri questo numero 230. posto sopra il partitore, il quale non ritrouato, pigliano 222. che è minore, & piu vicino, & pongono la figura 6. incontra di quello posta nel Quotiente, & finalmente il numero 222. sottraggono dal 230. Et in questo modo seguitando finiscono tutta la Diuisione. Ma chi non vede, che la Diuisione in questa maniera si tira piu in lungo, che non sarebbe il douere, & massime, se il partitore si scriuerà con quattro, cinque, ouero piu figure?

Prima proua della Diuisione per la regola del 9.

Resta che mostriamo, come si fa la proua del la Diuisione: la qual proua è di tre sorti. La prima si fa col buttar via il 9. in questo modo. Buttato via il 9. dal partitore, quante volte si può, come nel capitolo del raccorre hauiamo insegnato, põgasi quel, ch'auanza, nella sinistra parte della croce. Di piu buttati via li 9. dal Quotiente, quante volte si può, pongasi quel, ch'auanza, nella destra parte della croce. Moltiplicati di poi questi due numeri residui tra di loro, & dal prodotto buttati via li 9. quante volte si può, pongasi questo resto, se nella Diuisione non è auanzato nulla, nella suprema parte della croce. Ma se sarà auanzato qualche numero nella Diuisione, s'haurà da aggiongere quell'ultimo resto con le figure di questo auanzo della Diuisione; leuando però sempre li 9. & porre quel, ch'auanza, nella parte superiore della croce. Vltimamente leuati li 9. dal numero, che si partisce, quante volte si può, pongasi quel, ch'auanza, nella parte di sotto della croce. Perche se questo resto sarà equale à quel resto, che fu posto nella parte di sopra della croce, bene sarà stata fatta la Diuisione, altrimenti male.

Si che questa Diuisione qui posta si prouarà così. Buttati li 9. dal partitore 23. riman 5. & leuati li 9. dal Quotiente 176. riman ancora 5. & moltitiplicati questi resti 5. & 5. tra di loro fanno 25. del quale se si leuano li 9. riman 7. il quale, perche nella Diuisione nõ è auanzato niente, pongo nella parte superiore della croce. Et perche leuati li 9. dal numero 4048. che si partisce, riman ancora 7. seguita che la Diuisione è stata fatta bene.

~~1~~
~~1~~ ~~3~~ ~~1~~
~~2~~ ~~7~~ ~~3~~
~~4~~ ~~0~~ ~~4~~ ~~8~~ (176
~~2~~ ~~3~~ ~~3~~ ~~3~~
~~2~~ ~~2~~



Ma quest'altra Diuisione qui posta in questo modo si prouarà. Leuati li 9. dal partitore 236. riman 2. Leuati ancora li 9. dal Quotiente 193. riman 4. moltiplicati questi resti 2. & 4. tra di loro fanno 8. dal quale non si possono leuare li 9. Questi 8. dunque si douerebbe porre sopra la croce, se non fosse auanzato niente nella Diuisione; ma perche auanzò 130. diremo 8. & 3. fanno 11. leuati li 9. riman 2. aggiongo 1. & fò 3. da douersi porre sopra la croce. Et perche leuati li 9. dal numero 45678. ch'è partito, resta ancora 3. sarà perciò stata fatta bene la Diuisione.

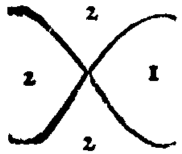
1
~~2~~
~~1~~ ~~8~~ 3
~~4~~ ~~3~~ ~~4~~
~~2~~ ~~2~~ ~~0~~ ~~3~~ 0
~~4~~ ~~5~~ ~~6~~ ~~7~~ 8 (193
~~2~~ ~~3~~ ~~6~~ ~~6~~ ~~6~~
~~2~~ ~~3~~ ~~3~~
~~2~~

La seconda proua si fa col buttar via il 7. come hauiamo insegnato nel cap. del raccorre, pur che dal resto della Diuisione, se vi sarà, nel medesimo modo si leuino li 7. & l'auanzo s'aggionga à quell'auanzo, che nella proua del 9. hauiamo detto di douersi aggiongere all'auanzo della Diuisione, & dalla somma raccolta si leuino li 7.

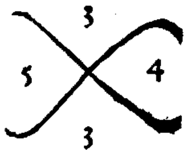
Come per essempio. La prima delle due prossime Diuisioni, così si prouerà. Buttati li 7. dal partitore

titore

titore 23. riman 2. & leuati li 7. dal Quotiente 176. riman 1. & moltiplicati questi resti 2. & 1. tra di loro fanno 2. da douersi porre sopra la croce. Et perche leuati li 7. dal numero 4048. che è partito, riman ancora 2. sarà per questo fatta bene la Diuisione.



Ma la seconda Diuisione in questo modo si prouerà. Leuati li 7. dal partitore 236. riman 5. & leuati li 7. dal Quotiente 193. auanza 4. & moltiplicati tra di loro questi due resti 5. & 4. & dal prodotto 20. leuati li 7. riman 6. il quale, se niente fosse restato nella Diuisione, si douerebbe porre sopra la croce; ma perche auanzò il numero 130. dal quale se si leuaranno li 7. resta 4. che aggionto à quell'ultimo resto 6. riserbato fa 10. dal quale se si leuarà li 7. restarà 3. da douersi porre sopra la croce. Il medesimo ancora rimane, se dal numero 45678. ch'è partito, si leuaranno li 7. Adunque bene è stata fatta la diuisione. Ma l'vna, & l'altra di queste proue può essere fallace, per la ragione detta di sopra.



La terza proua, ch'è certa, nè vi può essere inganno alcuno, si fa per la moltiplicatione. Perche se il partitore, & il Quotiente tra di loro si moltiplicaranno, & al numero prodotto s'aggiongerà l'auanzo della Diuisione (se vi sarà) si verrà à fare il numero, ch'è partito, ogni volta che nella Diuisione non si sia errato. Di maniera che l'vltima delle prossime due Diuisioni così si prouerà. Moltiplicato il partitore 236. per il Quotiente 193. auanti che li numeri prodotti si raccolghino insieme, si scriua sotto quelli il resto della Diuisione, ch'è 130. cioè la prima figura sotto il primo luogo, & la seconda sotto il secondo luogo, &c. Perche se raccorremo il numero prodotto, & questo

Terza proua della diuisione per la regola della moltiplicatione.

$$
\begin{array}{r}
236 \\
193 \\
\hline
708 \\
2124 \\
236 \\
130 \\
\hline
45678
\end{array}
$$

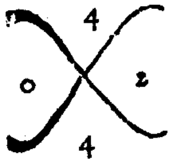
sto

sto auanzo in vna somma, con quel ordine, che hauiamo insegnato nel capitolo della moltiplicatione, si produrrà il numero 45678. che è stato partito.

Fa al proposito alcuna volta auanti che si finisca di diuidere farne la proua.

Giova qualche volta, quando fatta qualche operatione nella Diuisione dubiti di non hauer errato in qualche cosa, prouare la Diuisione condotta fin li, prima che tu vada piu auanti in vano, per vedere, se per sorte fosse commesso errore. Prouerai però quella parte della Diuisione non altrimente che l'altre Diuisioni, lasciando da parte le figure del numero, che si partisce, sotto le quali ancora non è posto il partitore. Come in questa diuisione posta qui, fatta la prima operatione, cosi la prouarai per la proua del 9. Leuati li 9. dal partitore 2898. riman 0. & leuati li 9. dal Quotiente 2. riman 2. Moltiplicati tra di loro questi due resti 0. & 2. si produce 0. il qual 0. si douerebbe porre sopra la croce, se non fosse auanzato qualche cosa nel partire; ma perche sono auanzati 913. s'ha da leuare li 9. da questo resto. Il che fatto, rimane 4. da douersi porre nella parte di sopra della croce. Et altretanto rimane, se si leuano li 9. dal numero 6709. fin qui partito, lasciando le figure 456. sotto le quali ancora non v'è stato posto il partitore.

191
2123
6709456 (2
2898



Facilità di diuidere quando il partitore nel principio ha alcuni zeri.

Se il partitore nel principio hauerà alcuni zeri, facile sarà la diuisione, se dal numero, che si partisce, si leuaranno tante figure dalla banda destra, quanti zeri ha il partitore, & il numero che resta, si partirà per il partitore, leuate prima quelle cifre: Ma l'auanzo di questa Diuisione, se vi sarà, si deue porre verso la parte sinistra auanti le figure leuate, per fare il numeratore del numero rotto, del quale il denominatore sarà tutto il partitore, insieme con li zeri. Et se nella Diuisione non è restato niente, si doueranno mettere le figure leuate in luogo del numera-

mera-

meratore del numero rotto. Come se il numero 13946007693. si debbia partire per 38000000. leuaremo da quello queste prime sei figure 007693. dalla parte destra, quanti à ponto sono li zeri nel principio del partitore; & il numero restante 13946.

2
278
456
13946 (367 $\frac{7693}{38000000}$
3888
33

partiremo per 38. lasciando quei sei zeri, come è stato fatto in questo essempio. Ma perche nella diuisione non è auanzato niente, scriueremo sopra il partitore il numero 7693. che hauemo tolto via; perche quelli due zeri della parte sinistra non significano niente, però si deuono lasciare.

Di piu se il medesimo numero 13946007693. si habbia da partire per 300800000. leuaremo da quello queste prime cinque figure 07693. cioè quâti sono li zeri nel principio del partitore; & partiremo il numero restante 139460. per 3008. lasciando quelli cinque zeri, si come è stato fatto in quest'altro essẽpio.

09
1142
139460 (46 $\frac{109207693}{300800000}$
30088
300

Ma perche della Diuisione è auanzato questo numero 1092. se quello riponeremo verso la parte sinistra auanti tutte queste figure 07693. che dal numero, che si diuide, leuammo via, metteremo sopra il partitore tutto questo numero 109207693. come el essempio si vede.

Di qui è, che se l'vltima figura del partitore sarà 1.

rà 1. & tutte le altre zeri, il Quotiente sarà il numero stesso, che si partisce, leuate prima da quello tante figure verso la parte destra, quanti zeri sono nel partitore; ma il numeratore del numero rotto sarà il numero leuato. Come se il numero 4780920345. s'habbia da partire per 100000. sarà il Quotiente $47809\frac{20345}{100000}$. Così ancora se il numero 9700203. s'habbia da partire per 10000. il Quotiente sarà $970\frac{203}{10000}$. & così di tutti gl'altri.

Si fa alcuna volta facile la Diuisione, quando il numero, che si diuide, ha nel principio alcuni zeri.

Ne questo è da lasciare indietro, che se il numero, che si partisce, hauerà alcuni zeri nel principio, & auanti che sia finita tutta la Diuisione, nissuna figura significatiua nella Diuisione sarà auanzata, all'hora deuono porsi doppo il Quotiente trouato tutti li zeri del numero, che si partisce, non ancora scancellati.

```
   112
   338
  1863000000 (5400000
   3455
    34
```

Come se si ha da partire il numero 1863000000. per 345. perche doppo la seconda operatione, niente nella diuisione è rimasto, se doppo il numero Quotiente 54. ritrouato si scriueranno li cinque zeri del numero, che si partisce, non ancora scancellati, si farà tutto il Quotiente 5400000. & sarà finita la Diuisione.

Il sommare, sottrare, moltiplicare, & diuidere sono fondamento di tutto quello che si tratta nel l'Aritmetica.

Da queste cose che detto habbiamo del raccorre, sottrarre, moltiplicare, & partire li numeri intieri, dependono tutte l'altre cose che si trattano in tutta l'Aritmetica, come da principij, & elementi: Di sorte che ogni cosa si manderà ad essecutione per quelle, & niente altro s'hauerà da comandare che si faccia per sciogliere qual si voglia questione Aritmetica, fuora di raccorre, sottrarre, moltiplicare, ò partire li numeri. Di maniera che se alcuno non sarà molto bene essercitato in quelle quattro operationi Aritmetiche, in vano anderà innanzi all'altre cose, che siamo per trattare.

DEL

DEL MODO DI NVMERARE I NVMERI ROTTI.

Cap. VI.

SI come di sopra habbiamo numerato i numeri intieri, e piu numeri proposti ci in vna somma raccolto, sottratto l'vno dall'altro, moltiplicatone due qual si voglia tra di loro, e finalmente partito l'uno per l'altro: Così in quel che seguita, ci bisogna far il medesimo ne i numeri rotti, i quali con altro nome si sogliono chiamare minutie, ò fragmẽti.

Che cosa sia Numero rotto, ò Minutia, ò fragmẽto.

Il numero rotto, ò minutia, ò fragmẽto, che vogliam dire, è vna, ò piu parti di qual si voglia cosa intiera diuisa in piu parti vguali. Come s'alcuno intiero sarà partito in cinque parti vguali, & vno ne pigliarà vna di quelle parti, quella quinta parte si chiamarà numero rotto. Così ancora s'alcuno pigliarà due, tre, ò quattro parti, quelle due, tre, ouero quattro quinte parti si diranno numero rotto.

Qual sia il Numeratore, & il Denominatore della Minutia.

Ciascvna minutia contiene due numeri, che nel proferirla s'esprimono. Il primo si chiama Numeratore, perche numera, quante parti contiene il numero rotto di quelle parti, nelle quali è diuiso quel tutto, del quale il numero rotto è fragmento. L'altro si chiama Denominatore, perche dà nome à quelle parti del numero rotto, cioè mostra, in quante parti il tutto s'intenda esser partito. Come quando si propone vn rotto, che contenga tre quinte parti, il Numeratore è 3. perche significa, in quel rotto contenersi tre parti dell'intiero: Ma il denominatore è 5. perche mostra, quelle tre parti non essere di qual si voglia sorte, ma quinte parti.

Ogni numero rotto in che modo

Ogni numero rotto si scriue in questo modo. Il Denominatore si pone dirittamente sotto il Numeratore, tirando vna linea frà l'vno & l'altro numero.

do ſi ſcriua & ſi pronuntia.

mero. Come per eſſempio, tre quinte parti ſi ſcriuono in queſto modo $\frac{3}{5}$. & l'vno & l'altro numero ſi proferiſce per il ſuo nome, pronuntiando però nel primo luogo il numeratore. Come dire, il detto numero rotto coſi ſi ha à proferire, tre quinte. Et queſto $\frac{25}{48}$. coſi, venticinque quarantotteſimi, ouero venticinque quadrageſime ottaue, e ſignifica, qualche intiero eſſere diuiſo in quarantotto parti vguali, e di quelle eſſerne ſtate preſe venticinque.

Donde naſchino i numeri rotti.

NASCANO per il piu i numeri rotti da l'auanzo della Diuiſione di numeri intieri. Imperoche quando reſta qualche coſa nella Diuiſione, ſi fa da quello il Numeratore del rotto, che ha per Denominatore il partitore, ſi come hauemo detto di ſopra. Come, per eſſempio, quando ſi diuide 46. per 7. il Quotiente è 6. & auanza 4. Si fa adunque queſto rotto $\frac{4}{7}$. Si che tutto il Quotiente ſarà $6\frac{4}{7}$. Coſi ancora, quando ſi propone vn minore numero da diuidere per vn maggiore, ſi fa vn rotto, del quale il numeratore è il numero, che ſi ha da diuidere, & il Denominatore è il partitore. Come ſe ſi douranno diuidere 4. per 7. ſi farà queſto rotto $\frac{4}{7}$. & ſignifica 4. eſſer diuiſo per 7. Si che queſta minutia $\frac{4}{7}$. ſia la ſettima parte di queſto numero 4. Parte dico Denominata dal partitore 7. Imperoche, ſi come, quando partiamo 12. per 3. ſi troua il numero 4. che è la terza parte del numero 12. diuiſo: Vna parte dico Denominata dal partitore: Coſi ancora, quando diuidiamo 4. per 7. ſi fa il Quotiente $\frac{4}{7}$. che è la ſettima parte del numero 4. diuiſo: Parte dico Denominata dal partitore. Per la medeſima ragione qual ſi voglia altra minutia è parte del Numeratore denominata dal Denominatore. Come queſta minutia $\frac{3}{4}$. è la quarta parte del 3. Perche quando ſi diuide 3. per 4. ſi fa il Quotiente $\frac{3}{4}$. Donde naſce, che ſe ſi pigliarà la minutia $\frac{3}{4}$. quattro volte, ſi farà $\frac{12}{4}$. che ſono vguali al 3. ſi come da quello, che poco piu abaſſo ſcriueremo, ſarà manifeſto. Et coſi diremo dell'altri numeri rotti.

Quádo vn minor numero ſi diuide per vn maggiore ſi fa vn rotto.

Qual ſi voglia numero rotto è parte del Numeratore denominata dal Denominatore.

LA

LA STIMA O VALORE DE I numeri rotti. Cap. VII.

LA ſtima, ò valore di qual ſi voglia minutia creſce, quando reſtando il medeſimo Numeratore, ſi ſcema il Denominatore: ouero quando reſtando il medeſimo Denominatore, il Numeratore creſce. Come in queſti rotti $\frac{1}{6}$. $\frac{1}{5}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{2}$. ouero in queſti $\frac{1}{7}$. $\frac{2}{7}$. $\frac{3}{7}$. $\frac{4}{7}$. $\frac{5}{7}$. $\frac{6}{7}$. ciaſcheduno, che ſi pigli, è maggiore del ſuo precedente, come dalle coſe ſeguenti ſarà chiaro: Et nelli primi, reſtando ſempre il medeſimo Numeratore, il Denominatore ſi diminuiſce; Ma nelli ſecondi, reſtando ſempre il medeſimo Denominatore, il Numeratore s'accreſce.

Come creſca il valor delle minutie.

MA la ſtima, ò valore di qual ſi voglia minutia ſi diminuiſce, quando reſtando il medeſimo Numeratore, il Denominatore s'accreſce: Ouero quando, reſtando il medeſimo Denominatore, il Numeratore ſi diminuiſce. Come in queſti rotti $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{5}$. $\frac{1}{6}$. ouero in queſti altri $\frac{7}{8}$. $\frac{6}{8}$. $\frac{5}{8}$. $\frac{4}{8}$. $\frac{3}{8}$. ciaſcuno, che ſi pigli, è minore del ſuo precedente, come dalle coſe, che ſeguitano, ſi farà manifeſto: Et nelli primi, reſtando ſempre il medeſimo Numeratore, il Denominatore ſi accreſce; Ma nelli ſecondi reſtando il medeſimo Denominatore, il Numeratore ſi diminuiſce.

Come ſi diminuiſca il valore delle minutie.

DI piu tutte le minutie, delle quali il Numeratore d'vna habbia al ſuo Denominatore la medeſima proportione, che li numeratori delle altre hanno alli loro Denominatori riſpondenti, tra loro ſono vguali. Come queſte minutie $\frac{1}{2}$. $\frac{8}{16}$. $\frac{50}{100}$. $\frac{100}{200}$. $\frac{500}{1000}$. tutte tra di loro ſono vguali. Perche il Numeratore di ciaſcuna ha proportione ſubdupla al ſuo Denominatore, cioè viene ad eſſere la metà di eſſo. Coſi ancora queſte $\frac{3}{4}$. $\frac{6}{8}$. $\frac{36}{48}$. $\frac{90}{120}$. Perche il Numeratore di ciaſcuna ha proportione ſubſeſquitertia al ſuo Denominatore, cioè contiene tre quarte parti di eſſo.

Le minutie delle quali i Numeratori hanno la medeſima proportione alli Denominatori, ſono vguali.

ET

Se il Numeratore, & il Denominatore di qual ſi voglia rotto ſi moltiplicarà, ouero ſi diuiderà p qual ſi voglia numero, ſi produrrà vn rotto del medeſimo valore.

ET perche ſe due numeri ſi moltiplicano per vn medeſimo numero, ouero ſe partiſcono per vn medeſimo numero, li numeri prodotti hanno la medeſima proportione, che quelli due numeri moltiplicati, ò diuiſi, ſeguita, che moltiplicandoſi, ouero diuidendoſi il Numeratore & Denominatore per qual ſi voglia numero, ſi produca vn'altra minutia del medeſimo valore, benche habbia numeri maggiori, ò minori. Come in queſta propoſta minutia $\frac{6}{9}$. ſe l'uno & l'altro ſuo numero ſi moltiplicarà per 3. ſi produrrà la minutia $\frac{18}{27}$. del medeſimo valore. Coſì ancora ſe l'uno & l'altro numero ſi diuiderà per 3. ſi farà la minutia $\frac{2}{3}$. del medeſimo valore. Et ancor che tutto queſto ſi poſſa dimoſtrare dal 7. lib. d'Euclide, ci contentaremo nondimeno di dichiarare la coſa con vn'eſſempio in queſte due minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{6}{9}$. doue la verità di queſta coſa chiaramente apparirà: Percioche ſe ſi pigliarà il numero 9. il quale ha la terza parte, & la nona, ſaranno le due terze parti di eſſo vguali à ſei none parti del medeſimo. Perche eſſendo la terza parte di quello 3. ſaranno due terze parti 6. Coſi ancora, eſſendo la nona parte 1. ſaranno ancora ſei none parti 6. Adunque ſono vguali queſte minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{6}{9}$. & coſi dell'altre.

Qual minutia s'agguaglia à vno intiero.

QVANDO ancora il Numeratore di alcuna minutia è vguale al Denominatore, quella minutia s'agguaglia à vn'intiero. Come qual ſi voglia di queſte minutie $\frac{2}{2}$. $\frac{6}{6}$. $\frac{20}{20}$. $\frac{1000}{1000}$. fa vn'intiero, cioè quello, che è diuiſo in parti denominate dalli Denominatori: Percioche nel Numeratore ſi contengono tutte le parti, nelle quali l'intiero, ouero il tutto è ſtato partito.

Qual minutia ſia minore di vno intiero.

MA quando il Numeratore della minutia è minore del Denominatore, all'hora quella minutia ſarà minore d'vno intiero. Come ſono queſte minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{4}{7}$. $\frac{9}{10}$. Perche à ciaſcuna mancano à fare l'intiero tante parti denominate dal ſuo Denominatore, di quante vnità è minore il Numeratore del Denominatore. Cioè, à queſta minutia $\frac{2}{3}$. mãca $\frac{1}{3}$. & à

& à queſta $\frac{4}{7}$. mancano $\frac{3}{7}$. & à queſta $\frac{9}{10}$. manca $\frac{1}{10}$.

Qual minutia ſia maggiore d'vn'intiero.

FINALMENTE quando il Numeratore della minutia è maggiore del Denominatore, detta minutia è maggiore d'vno intiero. Come ſono queſte $\frac{4}{3}$. $\frac{24}{7}$. $\frac{100}{4}$. Perche nel Numeratore di ciaſcuna ſi contengono piu parti, che non ſon quelle, nelle quali il tutto, ouero l'intiero è ſtato diuiſo.

Come ſi conoſca, di due minutie propoſte quale di eſſe ſia maggiore.

QVANDO ſaranno propoſte due minutie, è vorrai conoſcere, qual di eſſe ſia maggiore, terrai queſta regola. Poſte le minutie per ordine, moltiplica i numeri di quelle in croce, cioè il Numeratore della prima nel Denominatore della ſeconda, & il Numeratore della ſeconda nel Denominatore della prima, ponendo li numeri prodotti ſopra li Numeratori. Perche quella minutia, della quale il Numeratore haurà prodotto maggiore numero, ſarà maggiore. Che ſe li due numeri prodotti ſaranno vguali, ſaranno le minutie propoſte ancora vguali. Come nel primo di queſti tre eſſempi, maggiore è la ſe-

$$\overset{16.}{\frac{2}{3}} \times \overset{18.}{\frac{6}{8}} \qquad \overset{41.}{\frac{1}{2}} \times \overset{40.}{\frac{20}{41}} \qquad \overset{48.}{\frac{3}{4}} \times \overset{48.}{\frac{12}{16}}$$

conda minutia $\frac{6}{8}$. che la prima $\frac{2}{3}$. perche il numero 18. prodotto dalla moltiplicatione del 6. cioè del Numeratore della ſeconda minutia, nel 3. cioè nel Denominatore della prima, è maggiore, che'l numero 16. prodotto dalla moltiplicatione del 2. cioè del Numeratore della prima minutia nell' 8. cioè nel Denominatore della ſeconda. Ma nel ſecondo eſſempio maggiore è la minutia $\frac{1}{2}$. che $\frac{20}{41}$. Nel terzo eſſempio finalmente le minutie $\frac{3}{4}$. & $\frac{12}{16}$. ſono vguali, come è manifeſto dalle moltiplicationi fatte in croce. La ragione di queſta regola è, che quando li Numeratori moltiplicati in croce per li Denominatori producono vguali numeri, ſi troua vna medeſima proportione delli Numeratori alli Denominatori, come è chiaro dalla propoſ. 19. del 7. lib. di lib. di Euclide. Per la qual cosa, come hauiamo detto di sopra, le minutie saranno vguali. Di qui nasce, che quel Numeratore, che produce maggior numero, ha maggior proportione al suo Dominatore, & perciò quella minutia è maggiore, si come è stato detto di sopra. Ma accioche tu impari con l'esperienza, che la minutia $\frac{6}{8}$. sia maggiore che $\frac{2}{3}$. pigliamo il numero 48. che ha parti denominate dalli Denominatori di queste minutie, cioè l'ottaua parte, & la terza. Essendo dunque che vna ottaua parte di questo numero 48. sia 6. saranno sei ottaue 36. & essendo ancora, che vna terza parte del medesimo numero sia 16. saranno le due terze 32. il qual numero è minore che 36.

In che modo si ritroui il valore di vna minutia data in minor moneta, peso, ouero misura.

Hora se sarà data alcuna minutia di qualche moneta, ouero di peso, ò di misura maggiore, & tu desideri di ritrouare il valore di quella in minore moneta, ouero peso, ò misura, cioè ridurre quella à minor moneta, &c. farai in questo modo. Moltiplica il Numeratore per il numero, che significa, quante volte la moneta minore, alla quale si ha da ridurre il rotto, si contiene nella maggiore, & il numero prodotto diuidi per il Denominatore del medesimo rotto. Perche il numero Quotiente mostrarà il valore della data minutia in quella minor moneta. Il che intendi ancora delli pesi, e misure. Come dire, se sarà data questa minutia $\frac{4}{7}$. di vn scudo, che significa, si come hauemo detto nel 6. Cap. quattro scudi partiti in sette parti vguali, & la vorremo ridurre à giulij, baiocchi, ò quattrini, (Imperoche in questa nostra Aritmetica vsaremo essempi di moneta Romana, doue 4. quattrini fanno vn baiocco, & 10. baiocchi fanno vn giulio, & 10. giulij vn scudo) moltiplicaremo il Numeratore 4. per 10. poi che 10. giulij fanno vn scudo, acciò si riduchino quelli 4. scudi diuisi in sette parti à 40. giulij, & il numero prodotto, che è 40. partiremo per il Denominatore 7. Percioche il numero Quotiẽte darà giulij $5\frac{5}{7}$. Et se questa minutia de' giulij $\frac{5}{7}$. che significa 5. giulij essere

Il giulio, baiocco, & quattrino in Roma che significhi, ò vaglia.

in 7. parti vguali diuisi, vorremo ridurre à baiocchi, moltiplicaremo medesimamente il Numeratore 5. per 10. essendo che 10. baiocchi fanno ancora vn giulio, per ridurre quelli 5. giulij in 7. parti diuisi à baiocchi 50. & il numero prodotto, che è 50. diuideremo per il medesimo Denominatore 7. Perche il numero Quotiente ci darà baiocchi $7\frac{1}{7}$. Et se vltimamente questa minutia $\frac{1}{7}$. di baiocchi, che significa vn baiocco esser diuiso in 7. parti vguali, vorremo ridurre à quattrini, moltiplicaremo il Numeratore 1. per 4. poi che 4. quattrini fanno vn baiocco, per ridurre quel baiocco in 7. parti diuiso à 4. quattrini, & il numero prodotto, che è 4. partiremo per il Denominatore 7. & faremo $\frac{4}{7}$. di vn quattrino, cioè poco piu della metà d'vn quattrino. Si che $\frac{4}{7}$. di vno scudo cõtengono giulij 5. baiocchi 7. & quattrini $\frac{4}{7}$. Ma se vogliamo in vn tratto ridurre $\frac{4}{7}$. di vn scudo à baiocchi, moltiplicaremo il Numeratore 4. per 100. poi che 100. baiocchi fanno vn scudo, per ridurre quelli 4. scudi in 7. parti vguali diuisi à 400. baiocchi, e partiremo il numero prodotto, cioè 400. per il Denominatore 7. e faremo baiocchi $57\frac{1}{7}$.

Di piu habbiasi da cercare quanti passi, piedi, palmi, ouero dita contenghino $\frac{5}{8}$. d'un miglio Italiano, posto che vn miglio contiene 1000. passi Geometrici, & vn passo 5. piedi, vn piede 4. palmi, vn palmo 4. dita, & vn dito 4. grani d'orzo; moltiplicaremo il Numeratore 5. per 1000. acciò le 5. miglia in 8. parti diuise si riduchino à 5000. passi, & il numero prodotto 5000. partiremo per il Denominatore 8. e faremo 625. passi.

Cosi ancora se $\frac{10}{13}$. d'vn passo vorremo ridurre à piedi, moltiplicaremo il Numeratore 10. per 5. & il prodotto numero 50. partiremo per il Denominatore 13. e faremo piedi $3\frac{11}{13}$. Di nuouo, se questo Numeratore 11. moltiplicaremo per 4. & il numero prodotto 44. diuideremo per il Denominatore 13. faremo palmi $3\frac{5}{13}$. Piu oltra, se moltiplicaremo questo Numeratore 5. per 4. & il numero prodotto 20. partiremo per il Denominatore 13. ritrouaremo dita 1 $\frac{}{1}\frac{7}{3}$. Finalmente se questo Numeratore 7. moltiplicaremo per 4. & il numero prodotto 28. diuideremo per il Denominatore 13. ritrouaremo grani d'orzo 2 $\frac{}{1}\frac{2}{3}$. Di sorte che $\frac{1}{1}\frac{0}{3}$. di vn passo contengono piedi 3. palmi 3. dito 1. & grani d'orzo 2 $\frac{}{1}\frac{2}{3}$.

Di piu habbiasi da ridurre à once questa minutia $\frac{3}{4}$. di vna libra. Essendo che 12. once fanno vna libra, moltiplicaremo il Numeratore 3. per 12. & il prodotto numero 36. diuideremo per il Denominatore 4. & faremo 9. once.

Vltimamente habbiasi da cercare, quanti minuti contengono $\frac{5}{6}$. d'un grado. Poiche 60. minuti fanno vn grado, moltiplicaremo il Numeratore 5. per 60. & il numero prodotto 300. diuideremo per il Denominatore 6. & faremo minuti 50.

DELLI ROTTI DI rotti. Cap. VIII.

Le minutie delle minutie donde naschino.

NON solamente vna cosa intiera si diuide in quante parti vguali tu vuoi, acciò si faccino li semplici numeri rotti, delli quali trattiamo; ma ancora qualche volta essi numeri rotti s'imaginano in piu parti vguali esser diuisi, come se fossero cose sane & intiere. Donde nascono gli rotti di rotti, ouero minutie di minutie. Come per essempio, si come quando io piglio 4. parti di vno intiero diuiso in 7. parti, fo questa minutia semplice $\frac{4}{7}$. che significa quattro settime parti di esso intiero: Cosi ancora, quando imagino questo rotto semplice $\frac{4}{7}$. esser diuiso in cinque parti vguali, & ne piglio tre parti, fo vna minutia di quella minutia, cioè tre quinte parti di quattro settimi d'vn'intiero. Di maniera che la prima minutia si proferisca, e si scriua, come le minutie semplici, & similmente la seconda, eccetto che se gli mette auanti l'articolo [di] & si scriue senza la linea in mezo, acciò si distingua dalle altre. Come la so-

La minutia della minutia che cosa sia.

Le minutie in che modo si pronutiano & si scriuano.

pradetta minutia di minutia cosi s'ha da scriuere $\frac{3}{5}$. $\frac{4}{7}$. & si pronuntiarà cosi. Tre quinte di quattro settime d'vn'intiero. Ma questa altra minutia di minutie $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$. $\frac{1}{6}$. $\frac{1}{2}$. cosi si proferirà. Due terzi di tre quarti d'vn sesto d'vn mezo d'alcuno intiero. Perche significa dal mezo d'alcuno intiero esser stata pigliata vna sesta parte di quel mezo diuiso in 6. parti vguali, & da questa sesta parte diuisa in quattro parti vguali esserne stato presi $\frac{3}{4}$. & vltimamente da essi tre quarti diuisi in tre parti vguali esserne stato tolti due terzi. Et la medesima ragione è nell'altri rotti di rotti.

Ma in che maniera la stima ò valore delli rotti di rotti s'habbia à conoscere, insegnaremo al fine del Cap. 10. doue li riduremo à rotti semplici.

DEL MODO DI RIDVRRE I numeri rotti à minimi numeri, ouero termini. Cap. IX.

AVVIENE spesse volte, che alcuna minutia si scriui con si gran numeri, che commodamente si possa esprimere con minori, senza mutare il suo valore, & prezzo. Come questa minutia $\frac{3}{7}\frac{6}{2}$. tanto vale, quanto questa $\frac{1}{2}$. espressa, come vedi, con minimi numeri. Et che si riduca qual si voglia minutia scritta con grandi numeri à minimi numeri, o termini, è molto vtile per molte cause. Prima, perche piu facilmente s'intende qual si voglia minutia espressa con minori numeri, che scritta con numeri maggiori. Perche chi sarà quello, che non intenda piu facilmente $\frac{1}{2}$. che $\frac{3}{7}\frac{6}{2}$. ouero $\frac{}{1}\frac{5}{0}\frac{0}{0}\frac{0}{6}$. ouero $\frac{}{1}\frac{8}{6}\frac{2}{5}\frac{6}{2}$. ancorche tutti questi rotti al tutto significhino il medesimo? Di poi, perche si rende piu facile l'operatione delli rotti, se si riducono à termini minimi, come per quel, che segue, sarà chiaro. Terzo, acciò s'intendano i libri de' Matematici, li quali ordinariamente sogliono notare le minutie con numeri minimi. Perche se per essempio si troua-

Perche le minutie si riduchino à minimi termini.

 rà

rà ſcritto da alcuno, che queſto numero 2528. partito per 48. faccia il Quotiente $52\frac{2}{3}$. & tu lo vogli prouare & eſſaminare, ritrouerai il Quotiente $52\frac{32}{48}$. che pare differente da quello, eſſendo pure il medeſimo. Percioche queſta minutia $\frac{32}{48}$. ridotta à minimi termini fa $\frac{2}{3}$. Onde, auanti che tu giudichi d'hauere errato, ouero quel ſcrittore hauere commeſſo errore, vedendo la tua minutia eſſere differente da quella del ſcrittore, ridurrai prima la minutia da te ritrouata, & con numeri maggiori eſpreſſa, à minimi numeri, ò termini.

In che modo le Minutie ſi riduchino à minimi numeri.

L'ARTE di ridurre ogni minutia ſcritta con maggiori numeri à minimi termini, ſarà queſta. Diuidaſi tanto il Numeratore, quanto il Denominatore per la maſsima commune miſura dell'vno, e dell'altro, cioè, per il maſsimo numero, che miſuri l'uno, & l'altro. Percioche i numeri Quotienti, (facendo il Quotiente del Numeratore, Numeratore, & il Quotiente del Denominatore, Denominatore) daranno la minutia equiualente à quella, & eſpreſſa con numeri minimi. Perche eſſendo, che quando ſi diuidono due numeri per vn medeſimo numero qual ſi voglia, li Quotienti habbino la medeſima proportione, che quelli numeri, & li numeri Quotienti in queſto modo ritrouati ſiano i minimi di tutti, per eſſere li numeri della minutia propoſta partiti per il piu gran numero, che l'vno & l'altro miſuri, di modo che per maggiore non ſi poſsino diuidere, che non ſi laſci qualche coſa nella diuiſione; chiariſsima coſa è, che la minutia ritrouata viene eſſere eſpreſſa con numeri minimi, di ſorte che non ſi poſsi eſprimere con minori.

PER eſſempio ſia queſta minutia propoſta $\frac{32}{48}$. Il Numeratore, & il Denominatore della quale ſono miſurati & numerati da tutti queſti numeri 2. 4. 8. 16. & fuor di queſti da niuno altro. Perche ſe bene il numero 24. che è maggiore d'eſsi, miſura il Denominatore 48. non però miſura il Numeratore 32. Coſi ancora benche il numero 32. che è maggiore che

che 24. miſuri il Numeratore 32. nientedimeno, in niun modo miſura il Denominatore 48. & pur in queſto luogo noi intẽdiamo per il numero maſsimo numerante, quello, che miſuri l'vno & l'altro numero della minutia propoſta, cioè tanto il Numeratore, quanto il Denominatore. Se adunque tanto il Numeratore 32. quanto il Denominatore 48. ſi diuiderà per il maggior di quei numeri, come dire per il 16. ſi ritrouaranno li Quotienti 2. & 3. Onde la minutia propoſta $\frac{32}{48}$. ſi ridurrà a queſta equiualente $\frac{2}{3}$ eſpreſſa con minimi numeri. Se tu diuideſsi li medeſimi numeri della propoſta minutia per vn'altro numero, che eſsi miſuri, ma che non ſia il maggiore, ridurreſti bene la minutia ad vn'altra vguale, e da minori termini eſpreſſa, ma non da i minimi. Come ſe li medeſimi numeri 32. & 48. ſi diuideranno per 8. ſi ritrouarà queſta minutia $\frac{4}{6}$. la quale ancora ſi può ſcriuere cõ minori numeri, in queſto modo $\frac{2}{3}$.

PER la medeſima ragione queſta minutia $\frac{45}{69}$. il Numeratore della quale, & il Denominatore ſono miſurati da tutti queſti numeri 3. 5. 15 ſi ridurrà à $\frac{3}{7}$. ſe però coſi il Numeratore, come il Denominatore ſi diuiderà per 15. che è il maggior numero, che gli numeri. Et coſi di tutti gl'altri.

Quando le minutie nõ ſi poſſono ridurre à minimi termini.

MA ſe niun numero fuor dell'vnità miſurarà il Numeratore, & il Denominatore d'alcuna minutia, quella minutia non ſi potrà ridurre à minori termini, ma ſarà già eſpreſſa con minimi numeri. Come queſte minutie $\frac{20}{39}$. $\frac{20}{63}$. $\frac{47}{59}$. non ſi poſſono ridurre à minori termini. Perche queſti numeri 2. 4. 5. 10. benche numerino il Numeratore della prima minutia, niuno però di loro miſura il Denominatore di quella; & ancorche queſti numeri 3. 13. miſurino il Denominatore della medeſima minutia, ne l'uno però, ne l'altro di quelli miſura il Numeratore. Di poi benche queſti numeri 2. 4. 5. 10. miſurino il Numeratore della ſeconda minutia, & queſti 3. 7. 9. 21. il Denominatore della medeſima, niuno di loro però miſura l'vno, e l'altro, cioè il Numeratore,

 ſore,

tore, & il Denominatore di quella minutia. Ma li numeri dell'vltima minutia da nissun numero fuor dell'vnità, sono numerati, essendo che (per parlare con gl'Aritmetici) sono numeri Primi, si come ancora li numeri di quell'altre prime due minutie sono tra di loro Primi, benche niuno di quelli sia primo. Perche numero Primo si dice quello, che è misurato solo dall'vnità, & numeri tra di loro Primi si chiamano quelli, li quali dalla sola vnità, come da misura commune, vengono misurati, ancorche nessuno di loro sia Primo.

Primo numero, & Primi tra di loro quali siano.

ET perche per ridurre la minutia proposta à minimi termini, è necessario che si ritroui la massima misura commune del Numeratore, e del Denominatore, (poiche per questa massima misura commune l'vno e l'altro numero, cioè tanto il Numeratore, quanto il Denominatore, s'ha da diuidere, come hauemo detto.) si suol dare questa regola per ritrouarla. Si diuida il Denominatore per il Numeratore: Et se qualche cosa nella diuisione sarà auanzata, si diuida il Partitore, cioè il Numeratore, per quello restante della diuisione: Et se di nuouo sarà rimasta qualche cosa, si diuida quest'vltimo partitore, cioè quel primo auanzo, per il resto di quest'vltima diuisione; e così sempre si diuida l'vltimo Partitore per l'vltimo resto, insino à tanto, che s'incontri in vn Partitore, che non lasci cosa alcuna nella diuisione. Perche quest'vltimo partitore sarà la massima misura commune del Numeratore, & del Denominatore della minutia proposta. Ma se qualche partitore in questa sorte di diuisione lasciarà vn'vnità, non haueranno il Numeratore, & il Denominatore della minutia proposta alcuna misura commune, se non l'vnità, ma saranno numeri tra di loro Primi.

In che modo si ritroui la massima misura commune del Numeratore, & Denominatore di qual si voglia minutia.

Quando il Numeratore & Denominatore della minutia nō hanno misura commune fuor dell'vnità.

COME per essempio, se sarà proposta questa minutia $\frac{36}{72}$. ritrouaremo la massima misura commune del Numeratore, & del Denominatore in questo modo. Si diuida il Denominatore 72. per il Numeratore 36. & perche fatta questa diuisione, niente auan-

uanza; sarà per tanto la massima misura commune 36. per la quale se diuideremo il Numeratore, & il Denominatore della data minutia $\frac{36}{72}$. ridurremo quella à questa $\frac{1}{2}$. espressa con termini minimi.

IN oltre, se sarà data questa minutia $\frac{60}{96}$. ritrouaremo la massima misura commune del Numeratore, & Denominatore in questo modo. Partito che sarà il Denominatore 96. per il Numeratore 60. auanzarà nella diuisione 36. Di piu diuiso che sarà il partitore 60. per il resto 36. rimarrà nella diuisione 24. Di nuouo, partito ancora quest'vltimo partitore 36. per l'ultimo resto 24. rimarrà 12. Et finalmente diuiso l'vltimo partitore 24. per l'ultimo resto 12. non rimane cosa alcuna. Sarà adunque la massima misura commune 12. per la quale se si diuiderà tanto il Numeratore, quanto il Denominatore della proposta minutia $\frac{60}{96}$. se costituerà questa minutia $\frac{5}{8}$. espressa con numeri minimi.

MA se si proponerà questa minutia $\frac{48}{103}$. non si ritrouarà niuna misura commune del Numeratore, & Denominatore, se non l'vnità. Perche diuidendo il Denominatore 103. per il Numeratore 48. auanza 7. Diuidendo da poi il partitore 48. per il resto 7. riman 6. Finalmente partendo quest'vltimo partitore 7. per l'vltimo residuo 6. riman 1. Per la qual cosa, si come è stato detto di sopra, il Numeratore & Denominatore di questa minutia $\frac{48}{103}$. sono numeri tra di loro Primi.

CON la medesima arte ritrouaremo la massima misura commune di qual si voglia due numeri, (ancorche non costituischino numero rotto, ma assolutamente si proponghino) se il maggiore diuideremo per il minore, & questo partitore per il resto della diuisione, se vi sarà; & di nuouo quest'vltimo partitore per il resto dell'vltima diuisione, & così di mano in mano cō quest'ordine, &c. Perche l'vltimo Partitore, che niente lasciarà nella diuisione, sarà la massima misura cōmune delli dati numeri. Ma se in alcuna diuisione sarà auanzata l'vnità, sarāno li numeri

In che modo si ritroui la massima misura di qual si voglia due numeri proposti.

meri dati tra di loro Primi , & non hauranno alcuna miſura commune , fuor che l'vnità .

Donde ſi caui queſta regola di ritrouare la maſſima miſura di due numeri.

S i caua queſta regola di ritrouare la maſsima miſura commune di due numeri, dalla propoſ. 2. del lib. 7. di Euclide . Et ancorche Euclide dica ſempre douerſi il minor numero ſottrarre dal maggiore, nientedimeno il medeſimo ſi fa , & in effetto molto piu breuemente , per la diuiſione del maggior numero per il minore, eſſendo che la Diuiſione ſia vna certa ſuccinta,& compendioſa ſottrattione, ſi come anco la moltiplicatione è vna breue & ſpedita raccolta di piu numeri .

Vn'altro modo di ridurre le minutie à minimi termini.

I n vn'altro modo ſi ridurrà qual ſi voglia minutia propoſta à minimi termini , ſe tanto il Numeratore , quanto il Denominatore ſi diuiderà per alcuna miſura commune di loro conoſciuta , ancorche nō ſia la maſsima, acciò ſi ritroui vna minutia equiualēte ſotto minori numeri: Et in oltre ſe ſi diuiderà tanto il Numeratore , quanto il Denominatore di queſta minutia ritrouata per alcun'altra miſura cōmune di loro;& coſi di mano in mano, fino à tanto, che ſi ritroui vna minutia, della quale il Numeratore, e Denominatore ſiano numeri tra di loro primi. Come propoſtaci queſta minutia $\frac{36}{48}$. ſe l'vno & l'altro numero di quella ſi diuiderà per 2. ſi ritrouarà queſta minutia $\frac{18}{24}$. della quale ſe l'vno & l'altro numero ſi diuiderà per 3. ſi ritrouarà queſta minutia $\frac{6}{8}$. Li numeri della quale finalmēte partiti per 2. daranno queſta minutia $\frac{3}{4}$. ſotto minimi termini. Ma quella prima regola è piu eccellēte,& piu breue.

DEL MODO DI RIDVRRE I NVmeri rotti ad vna medeſima Denominatione , & ad intieri , & gl'intieri à qual ſi voglia rotto, e finalmente i rotti di rotti à rotti ſemplici. C. X.

S PESSE volte auuiene, che ſi deuono ridurre li rotti di diuerſi Denominatori ad altri rotti, che ſiano

ſiano vguali à quelli, ciaſcuno al ſuo, & habbino vn medeſimo Denominatore . Il che come ſi debbia fare, diremo in queſto Capitolo. Et prima, quando le minutie propopoſte non ſono piu di due , & di poi quando ſaranno piu .

In che modo due minutie ſi riduchino al la medeſima Denominatione.

P ROPOSTE adunque due minutie , che habbino diuerſi Denominatori , ſe li Denominatori ſi moltiplicarāno l'vn per l'altro, produrraſsi il commune Denominatore, al quale le date minutie s'hanno da ridurre . Ma il Numeratore di ciaſcheduna moltiplicato in croce per il Denominatore dell'altra produrrà il Numeratore.

$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$ ſi riducono à $\frac{8}{12}$. $\frac{9}{12}$.

Come in queſto eſſempio, dal Denominatore 3. moltiplicato per il Denominatore 4. ſi fa il commune Denominatore 12. Da poi dal Numeratore 2. della prima minutia moltiplicato per il Denominatore 4. della ſeconda ſi fa il Numeratore 8. Et dal Numeratore 3. della ſeconda minutia moltiplicato per il Denominatore 3. della prima ſi fa il Numeratore 9. Adunque le due minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. ſi riducono à queſte due $\frac{8}{12}$. $\frac{9}{12}$. che ſono vguali à quelle , & hanno vn'iſteſſo Denominatore commune, cioè 12. Percioche queſta minutia $\frac{8}{12}$. eſſere vguale à queſta $\frac{2}{3}$. è manifeſto dalla Propoſ. 17. e 18. del lib. 7. d'Euclide, eſſendo che l'vno e l'altro numero di queſta minutia $\frac{2}{3}$. moltiplicato per il medeſimo numero 4. ouero moltiplicando il medeſimo numero 4. cioè il Denominatore della ſeconda minutia propoſta $\frac{3}{4}$. ha prodotto l'vno, e l'altro numero di quella $\frac{8}{12}$. imperoche di qui auuiene, che il Numeratore, & il Denominatore della minutia $\frac{8}{12}$. hanno la medeſima proportione, ch'hanno il Numeratore, e Denominatore della minutia $\frac{2}{3}$. Onde ſaranno eſſe minutie vguali , come hauemo detto di ſopra. Per la medeſima ragione ſaranno vguali le minutie $\frac{9}{12}$. & $\frac{3}{4}$. perche l'vno , e l'altro numero di queſta $\frac{3}{4}$. moltiplicato per il medeſimo numero 3. ouero moltiplitiplicando il medeſimo numero 3. cioè il Denominatore della prima minutia data $\frac{2}{3}$. ha prodotto l'vno & l'altro numero di quella $\frac{9}{12}$.

In che modo ſi ritroui vn numero numerato da quāti ſi voglia dati numeri.

Ma ſe ſi proporranno piu di due minutie da ridurſi ad vna medeſima denominatione, ſi deue cercar prima vn numero numerato da tutti li Denominatori delle date minutie; di maniera che contenga tutte le parti denominate da loro. Il qual numero numerato dalli Denominatori propoſti, ouero da qual ſi voglia altri numeri dati, ritrouaremo in queſto modo. Moltiplichinſi tutti li Denominatori tra di loro, cioè il primo per il ſecondo, & queſto numero prodotto per il terzo, & queſto numero prodotto per il quarto, & coſi di mano in mano, fino à tanto, che tutti ſiano moltiplicati. Perche l'vltimo numero prodotto ſarà quello, che ſi cerca. Come propoſte queſte minutie $\frac{1}{2}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{1}{5}$. ſe il primo Denominatore 2. ſi moltiplicarà nel ſecondo 3. & il numero prodotto 6. nel terzo 4. & il prodotto numero 24. nel quarto 5. ſi produrrà il numero 120. il quale è numerato dalli Denominatori propoſti, cioè da 2. 3. 4. 5.

Il modo di ritrouare il minimo numero numerato da quāti ſi voglia numeri dati.

Ma perche il numero ritrouato in queſto modo tal volta, anzi per il piu, è tanto grande, che ſi può dare vn'altro minore di quello, che ſia numerato da i medeſimi propoſti Denominatori, ritrouaremo il numero minimo numerato da quanti ſi voglia numeri, in queſto modo. Prima ritrouaremo il minimo numero numerato dalli primi due numeri propoſti con queſt'arte. Li due primi numeri ò hanno alcuna miſura commune, oltra l'vnità, ò nò, (il che conoſcerai, ſe il maggiore ſi diuiderà per il minore, & queſto partitore per il reſto della diuiſione, & coſi di mano in mano, con vna ſcambieuole diuiſione. Perche ſe ti occorrerà vn partitore, che non laſci niente, haueranno quelli due numeri vna miſura commune, & eſſo partitore vltimo ſarà la maſsima miſura di quelli: ma ſe auuerrà ch'alcuno partitore laſci vna vnità, non haueranno miſura commune veru-

veruna, & ſaranno tra di loro Primi, come di ſopra nel Cap. 9. hauemo dichiarato.) Se quelli due numeri primi non hanno alcuna miſura commune, ſarà il numero prodotto dalla moltiplicatione dell'vno per l'altro il minimo da quelli numerato, tal che non ſi poſſa dare altro minore: Ma ſe haueranno vna miſura commune, ritrouato ch'haurai la maſsima loro miſura commune, come nel Cap. 9. inſegnato hauemo, diuidaſi l'vno, & l'altro per quella, & ſi pongano li Quotienti ſotto quelli numeri. Perche ſe tu moltiplicarai il Quotiente del primo numero per il ſecondo numero, ouero il Quotiente del ſecondo numero per il primo numero, produrrai il minimo numero numerato da quelli due. Doppo andremo inueſtigando nel medeſimo modo il minimo numero numerato da quello, che già trouato habbiamo, e dal terzo numero propoſto, cioè ricercando, ſe il terzo numero propoſto, & quello numero numerato dalli primi due hanno vna miſura commune, ò nò, &c. Perche queſto minimo ritrouato ſarà il minimo numerato dalli primi tre numeri propoſti. Di nuouo conferiremo queſto numero ritrouato con il quarto numero propoſto, & nel medeſimo modo inueſtigaremo il minimo numero da loro numerato. Imperoche queſto ritrouato ſarà il minimo numerato dalli quattro dati. E coſi ſeguitaremo, fin che non auanzi niun numero, con il quale il ritrouato vltimamente poſsi eſſere comparato. La dimoſtratione di queſta regola ſi caua dalla propoſ. 36. e 38. del lib. 7. di Euclide.

Ma dichiariamo queſto negocio nelle quattro proſsime minutie date $\frac{1}{2}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{1}{5}$. li Denominatori delle quali ſono 2. 3. 4. 5. Et primieramente, perche li due primi numeri 2. & 3. non hanno altra miſura commune, che l'vnità, ſarà però il numero 6. prodotto dalla moltiplicatione di quelli, il minimo numerato dal 2. e dal 3. Doppo, perche queſto numero 6. ritrouato, & il terzo numero 4. hanno la maſsima lor miſura 2. diuideremo per quella tanto il to il numero 6. quanto il 4. & li Quotienti 3. & 2. porremo ſotto eſsi, come tu qui vedi. Imperoche ſe moltiplicaremo 6. per 2. ouero 4. per 3. faremo il numero 12. che è il minimo numerato dalli primi tre dati numeri 2. 3. 4.

6.	4.
3.	2.

Finalmente perche queſto numero 12. ritrouato, & il quarto numero dato 5. non hanno miſura commune, ſe non l'vnità, moltiplicaremo 12. per 5. & produrremo il numero 60. che è il minimo numerato da i quattro Denominatori 2. 3. 4. 5. Di piu deuiſi trouare il minimo numero numerato da 4. 6. 8. 12. 7. Primieramente, perche li primi due 4. e 6. hanno la maſsima miſura commune 2. partiremo per quella, tanto il 4. quanto il 6 & li Quotienti 2. & 3. porremo ſotto eſsi, come qui tu vedi. Perche ſe moltiplicaremo 4. per 3. ouero 6. per 2. faremo il numero 12. cioè il minimo numerato da quelli due 4. e 6.

4.	6.
2.	3.

Doppo, perche queſto numero 12. ritrouato, & il terzo numero dato 8. hãno la maſsima miſura commune 4. partiremo per quella tanto il 12. quanto'l 8. & li quotienti 3 & 2. collocaremo ſotto eſsi. Perche ſe moltiplicaremo 12. per 2. ouero 8. per 3. ſi produrrà il numero 24. che è il minimo numerato dalli primi tre dati numeri 4. 6. & 8. Di nuouo, perche queſto numero ritrouato 24. & il quarto propoſto 12. hanno la maſsima miſura commune 12. diuideremo per quella tanto il 24. quanto il 12. & li Quotienti 2. & 1. porremo ſotto eſsi.

12.	8.
3.	2.

Perche ſe moltiplicaremo 24. per 1. ouero 12. per 2. produrremo il numero 24 che è il minimo numerato da i quattro numeri dati 4. 6. 8. 12.

24.	12.
2.	1.

Vltimamente, perche queſto numero 24. ritrouato, & l'vltimo numero dato 7. non hanno niun'altra miſura commune, che l'vnità, moltiplicaremo quelli tra di loro, & faremo il numero 168. cioè il minimo numerato dalli dati numeri 4. 6. 8. 12. 7. Che ſe alcuno cercaſſe il numero numerato dalli

medeſimi dati numeri 4. 6. 8. 12. 7. per la prima regola, cioè moltiplicando eſsi tra di loro, ritrouarebbe queſto numero 16128. che è molto maggiore di queſto numero minimo 168. ritrouato da noi.

In che modo piu minutie che due ſi riduchino à vna medeſima denominatione.

HORA ritrouato il numero numerato da tutti li Denominatori delle minutie, che habbiamo da ridurre, ò che quello ſia il minimo, ò nò, ridurremo le minutie date ad vna medeſima denominatione in queſto modo. Il Denominatore commune è quel numero ritrouato, & dalli Denominatori numerato; il quale ſe noi diuideremo per il Denominatore di ciaſcuna minutia, & moltiplicaremo il Quotiente per il Numeratore, produrremo il Numeratore, che ſi ha da ſcriuere ſopra il commune Denominatore. Come in queſte quattro vltime minutie $\frac{1}{2}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{1}{5}$. Il numero numerato dalli Denominatori è 120. Queſto adunque ſarà il commune Denominatore; il quale ſe diuideremo per il Denominatore 2. della prima minutia, faremo 60. & ſe queſto numero moltiplicaremo per il numeratore 1. della medeſima minutia, produrremo pur 60. che ſarà il Numeratore per la prima minutia. Da poi ſe il medeſimo numero 120. partiremo per il Denominatore 3. della ſeconda minutia, ne riſultarà queſto numero 40. il quale ſe moltiplicaremo per il Numeratore 2. della medeſima minutia, faremo 80. che ſarà il numeratore per la ſeconda minutia, & coſi di tutte l'altre. Di ſorte che le date quattro minutie ſi ridurranno à queſte quattro della medeſima denominatione $\frac{60}{120}$. $\frac{80}{120}$. $\frac{90}{120}$. $\frac{24}{120}$. Ma ſe pigliaremo il numero 60. che è il minimo numerato dalli medeſimi Denominatori, per il commune Denominatore, ridurremo le medeſime minutie à queſte $\frac{30}{60}$. $\frac{40}{60}$. $\frac{45}{60}$. $\frac{12}{60}$.

Vn'altro modo di ridurre due minutie ad vn medeſimo denominatore.

CON queſta medeſima ragione ſi potranno ridurre ancora due minutie ad vna medeſima denominatione, ſenza moltiplicarle in croce. Perche ſe ſi cercarà vn numero, ò minimo, ò nò, numerato dalli Denominatori, ſarà quello il commune Denominatore, dal quale ritrouaranſi li Numeratori, come poco

poco fa hauemo insegnato. Come proposte due minutie $\frac{5}{6}$. $\frac{7}{12}$. il minimo numero numerato dalli Denominatori è 12. il quale se partiremo per il Denominatore 6. della prima minutia, & il Quotiente 2. moltiplicaremo per il Numeratore 5. della medesima minutia, faremo 10. per il Numeratore della prima minutia. Et se di nuouo il medesimo numero 12. partiremo per il Denominatore 12. della seconda minutia, & il Quotiente 1. moltiplicaremo per il Numeratore 7. della medesima minutia, ritrouaremo 7. per il Numeratore della seconda minutia. Si che le due date minutie si ridurranno à queste $\frac{10}{12}$. $\frac{7}{12}$. Che se alcuno le medesime vorrà ridurre per la prima regola ritrouarà queste minutie $\frac{60}{72}$. $\frac{42}{72}$. Dal che è manifesto, quanta differenza sia fra il minimo numero numerato dalli Denominatori delle minutie date, & non minimo. Perche per il minimo le date minutie si riducono alle minime minutie della medesima denominatione, che non si fa per l'altre regole.

L'vtilità delli minimi numeri numerati dalli denominatori delle date minutie.

In che modo si riduchi la minutia, della quale il numeratore è maggiore del Denominatore, à l'intieri.

ACCADE ancora alcuna volta, che il Numeratore della minutia prodotta dal raccorre, moltiplicare, e partire sia maggiore del Denominatore, & percioche quella minutia sia maggiore che'l tutto, & l'intiero. Per la qual cosa quella si dourà ridurre ad intieri in questo modo. Diuidasi il Numeratore per il Denominatore. Perche il Quotiente darà l'intieri, à i quali la data minutia è vguale. Et se auanzarà cosa alcuna nella diuisione, quello sarà il Numeratore, sotto il quale si dourà scriuere il medesimo Denominatore. Come questa minutia $\frac{60}{12}$. si ridurrà à 5. intieri. Ma questa $\frac{100}{7}$. si ridurrà à 14 $\frac{2}{7}$. Perche nella diuisione del Numeratore per il Denominatore auanzo 2. & cosi quella minutia contiene 14. intieri, e di piu due settime parti d'vn intiero.

In che modo si riduchino l'intieri à rotti

ANCORA non di rado suole auuenire, che l'intieri s'habbino da ridurre à qualche rotto. Il che in questo modo si farà. Moltiplichinsi l'intieri propo-

sti per

sti per il Denominatore della minutia, alla quale l'intieri s'hanno da ridurre. Perche il prodotto numero sarà il Numeratore, sotto il quale si dourà mettere il Denominatore della data minutia. Come se 7. intieri si deuono ridurre à quinte parti, moltiplicaremo 7. intieri per il Denominatore 5. della minutia proposta, & sotto il prodotto numero 35. scriueremo il medesimo Denominatore 5. & farassi questa minutia $\frac{35}{5}$. che è vguale a 7. intieri. Ma se à gl'intieri sarà congionta qualche minutia, si douerà aggiongere il Numeratore di quella minutia al numero prodotto dalli intieri moltiplicati per il Denominatore della minutia, per fare il Numeratore. Come se questo numero 8 $\frac{2}{5}$. si debbia ridurre à quinte, acciò si facci vna sola minutia; moltiplicaremo 8. per il Denominatore 5. della minutia, & al numero prodotto 40. aggiongeremo il Numeratore 2. della medesima minutia, acciò habbiamo il Numeratore 42. di questa minutia $\frac{42}{5}$. che al numero proposto è vguale.

Le minutie delle minutie in che modo si riducano à semplici minutie.

VLTIMAMENTE quando in alcuna operatione occorrono minutie di minutie, s'haueranno da ridurre ad vna semplice minutia in questo modo. Moltiplica li Numeratori tra di loro, cioè il primo per il secondo, & questo prodotto per il terzo, & in oltre questo prodotto per il quarto, & cosi di mano in mano, se saranno piu Numeratori. Perche l'vltimo numero prodotto darà il Numeratore della minutia semplice, la quale sarà vguale à quella minutia delle minutie. Ma il Denominatore sarà il numero prodotto dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro, se si moltiplicaranno, come è stato detto delli Numeratori. Come questo rotto di rotti $\frac{3}{5}$. $\frac{4}{7}$. si ridurrà à questa semplice minutia $\frac{12}{35}$. Perche la moltiplicatione delli Numeratori fa 12. & delli Denominatori fa 35. Di modo che tre quinte parti di quattro settime parti d'vn intiero contengono $\frac{12}{35}$. del medesimo intiero. Cosi ancora questa minutia di minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{1}{6}$. $\frac{1}{2}$. si ridur-

ridur-

ridurrà à queſta ſemplice minutia $\frac{6}{144}$. che ridotta à minimi numeri ſarà $\frac{1}{24}$. come coſta per il Capitolo precedente. Finalmente queſta minutia di minutie $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{5}$. ſi ridurrà à queſta ſemplice minutia $\frac{18}{60}$. che ridotta à minimi numeri ſarà $\frac{3}{10}$.

Ma che queſto ſia coſi, in queſto modo lo dichiararemo. Poniamo queſt'vltima minutia di minutie $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{5}$. la quale fu ridotta à queſta ſemplice $\frac{3}{10}$. eſſere preſa da vn ſcudo. E neceſſario adunque, ſe la regola detta è vera, che ella contenga tre giulij, che ſono $\frac{3}{10}$. di vn ſcudo, eſſendo che ogni giulio ſia $\frac{1}{10}$. di vn ſcudo. Il che ogn'vno facilmente potrà conoſcere eſſer vero. Perche $\frac{3}{5}$. di vn ſcudo contengono 6. giulij, poiche due giulij ſono $\frac{1}{5}$. di vn ſcudo. Ma $\frac{2}{3}$. di 6. giulij ſono 4. giulij; & $\frac{3}{4}$. di 4. giulij ſono 3. giulij. Per la medeſima ragione queſta minutia di minutie $\frac{1}{3}$. $\frac{2}{5}$. $\frac{1}{3}$. eſſere bene ridotta à queſta $\frac{2}{45}$. moſtraremo in queſto numero 45. coſi. Perche $\frac{1}{3}$. di queſto numero 45. contiene 15. vnità, dalle quali ſe ſi pigliarãno $\frac{2}{5}$. ſi prenderanno 6. vnità, dalle quali ſe vltimamente ſi pigliarà $\frac{1}{3}$. ſe prenderanno 2. vnità, che fanno $\frac{2}{45}$. del detto numero 45. Non altrimente ſi potranno gl'altri eſſempi dichiarare, & prouare.

DEL MODO DI RACCORRE i numeri rotti. Cap. XI.

La raccolta delle minutie in che modo ſi faccia.

SE le minutie da raccorſi haranno vn medeſimo Denominatore, ſi douranno raccorre i Numeratori, & ſotto la ſomma raccolta ſcriuere il medeſimo Denominatore. Ma ſe le minutie haranno diuerſi Denominatori, s'hauranno prima da ridurre ad vn medeſimo Denominatore, & all'hora nel medeſimo modo fare la ſomma, ò raccolta. Come dire la ſomma raccolta di queſte 3. minutie $\frac{2}{13}$. $\frac{4}{13}$. $\frac{6}{13}$. è queſta $\frac{12}{13}$. Perche hanno vn medeſimo Denominatore, & dalli Numeratori è ſtata raccolta la ſomma 12. Si come da 2. ſcudi, 4. ſcudi, & 6. ſcudi ſi fanno

fanno 12. ſcudi. Coſi ancora da queſte minutie $\frac{3}{10}$. $\frac{7}{10}$. ſi raccoglie queſta ſomma $\frac{10}{10}$. che tanto vale, quanto vn'intiero. Coſi ancora da queſte minutie $\frac{4}{7}$. $\frac{3}{7}$. $\frac{5}{7}$. $\frac{6}{7}$. ſi raccorrà queſta ſomma $\frac{18}{7}$. che ridotta all'intieri fa 2 $\frac{4}{7}$. Ma accioche queſte minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. ſi raccolgano in vna ſomma, ſi douranno prima ridurre ad vn medeſimo Denominatore, cioè à queſte minutie $\frac{8}{12}$. $\frac{9}{12}$. dalle quali raccolte in vna ſomma ſi faranno $\frac{17}{12}$. cioè 1 $\frac{5}{12}$. Et queſta è la ſomma delle due minutie propoſte. Si come da 2. ſcudi, e 3. giulij, ſe li 2. ſcudi ſi ridurranno à 20. giulij, ſi faranno 23. giulij. Coſi ancora queſte minutie $\frac{6}{7}$. $\frac{12}{13}$. $\frac{10}{11}$. $\frac{4}{5}$. acciò in vna ſomma ſi raccolgano, ſi douranno prima ridurre à queſte d'vna medeſima denominatione, $\frac{4290}{5005}$. $\frac{4620}{5005}$. $\frac{4550}{5005}$. $\frac{4004}{5005}$. dalle quali ſi fa queſta ſomma $\frac{17464}{5005}$. cioè 3 $\frac{2449}{5005}$.

Quando vi ſono delli intieri, che coſa s'habbia à fare.

Se ci ſaranno intieri inſieme con rotti, s'hauranno da raccorre l'intieri da parte, & le minutie ſimilmẽte da parte. Eſſempio. Da 8. & $\frac{3}{5}$. ſi fa 8 $\frac{3}{5}$. Coſi da 8. & 4 $\frac{2}{3}$. ſi fa 12 $\frac{2}{3}$. Coſi da 8 $\frac{2}{7}$. & 4 $\frac{6}{7}$. ſi fa 12 $\frac{8}{7}$. cioè 13 $\frac{1}{7}$. Coſi da 8 $\frac{2}{3}$. & 4 $\frac{3}{4}$. ſi farà 12 $\frac{17}{12}$. cioè 13 $\frac{5}{12}$.

Prattica di raccorre tra di loro le minutie di diuerſe denominationi.

Di modo che per raccorre due minutie di diuerſe denominationi in vna ſomma, s'hanno da moltiplicare quelle in croce, e raccorre i numeri prodotti per fare il Numeratore della minutia, che s'ha da produrre. Di poi s'hanno da moltiplicare li Denominatori tra di loro, acciò ſi habbia il Denominatore della medeſima minutia: Perche coſi ſi riducono quelle due minutie ad vna medeſima denominatione, come dal precente Cap. è manifeſto, & li Numeratori ſi raccolgono inſieme. Come douendoſi raccorre queſte due minutie, $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. moltiplicaremo tanto il Numeratore 2. della prima per il Denominatore 4. della ſeconda, quanto il Numeratore 3. della ſeconda per il Denominatore 3. della prima, & li numeri prodotti 8. & 9. raccorremo in vna ſomma, acciò ſi faccia il Numeratore 17. Doppo il numero

mero prodotto dalla moltiplicatione delli Denominatori trà di loro, cioè 12. faremo Denominatore. Sarà dunque la minutia raccolta $\frac{17}{12}$. Ma ſe ſaranno piu minutie da raccorre che due, raccorremo prima le prime due, come hauemo detto: Di poi la minutia raccolta con la terza minutia nel medeſimo modo; & queſta prodotta con la quarta, & coſi di mano in mano. Come ſe ſi hauranno d'aggiongere inſieme queſte minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{4}{5}$. $\frac{5}{7}$. raccorremo prima dalle prime due queſta $\frac{17}{12}$. Doppo da queſta, & dalla terza faremo nel medeſimo modo $\frac{133}{60}$. Finalmente da queſta, e dalla quarta faremo $\frac{1231}{420}$. cioè $2\frac{391}{420}$. che è la sõma di tutte.

La proua del raccorre delle minutie.

La proua del raccorre ſi fa per la ſottrattione. Peroche ſottraendo dalla ſomma raccolta vna delle due minutie, che ſi ſommano inſieme, rimarrà l'altra, ſe però non ſi haurà fatto errore nel ſommare. Ma ſe ſaranno piu minutie da raccorre, ſottraendo vna di quelle dalla ſomma, reſtarà vna minutia vguale all'altre tutte inſieme. Eſſempio. Perche queſte minutie $\frac{3}{4}$. $\frac{5}{12}$. raccolte fanno $\frac{56}{48}$. cioè $1\frac{8}{48}$. ſe da queſta ſomma ſe ſottrarrà la prima minutia, cioè $\frac{3}{4}$. come nel ſeguente Cap. inſegnaremo, rimarrà queſta minutia $\frac{80}{192}$. che è vguale all'altra minutia $\frac{5}{12}$. come è manifeſto, ſe ſi ridurrà à minimi termini, ouero ſe ſi moltiplicaranno in croce li Numeratori per li Denominatori. Imperoche ſi produrrà vn medeſimo numero tanto dall' 80. nel 12. quanto dal 5. nel 192. cioè il numero 960. Donde ſeguita che queſte minutie $\frac{80}{192}$. $\frac{5}{12}$. ſono vguali, come ſopra nel Cap. 7. detto habbiamo.

DEL MODO DI SOTTRARRE li numeri rotti. Cap. XII.

Se le due minutie, la minore delle quali s'hà da ſottrarre dalla maggiore, harãno il medeſimo Denominatore, ſe dourà ſottrarre il Numeratore dell'vna dal Numeratore dell'altra, e ſotto il reſiduo ſcriuere

uere il medeſimo Denominatore. Ma ſe haranno diuerſi Denominatori, ſi haueranno prima da ridurre ad vn medeſimo Denominatore, & all'hora nel medeſimo modo far la ſottrattione. Come ſe ſi ha da ſottrarre queſta minutia $\frac{5}{17}$. da queſta $\frac{8}{17}$. ſottrarremo il Numeratore 5. dal Numeratore 8. & il reſto 3. porremo ſopra il medeſimo Denominatore 17. acciò ſi faccia la reſtante minutia $\frac{3}{17}$. Come ſe 5. ſcudi ſi cauaſſero da 8. ſcudi, rimarriano ſcudi 3. Ma ſe ſi ha da ſottrarre queſta minutia $\frac{2}{3}$. da queſta $\frac{8}{9}$. ſi doueràno prima ridurre tutte due à queſte $\frac{18}{27}$. $\frac{24}{27}$. della medeſima denominatione. Doppo ſottrarre il Numeratore 18. dal Numeratore 24. & & il reſto 6. porre ſopra il commune Denominatore 27. acciò ſi faccia la minutia $\frac{6}{27}$. che reſta. Come douendoſi cauare 2. giulij da 8. ſcudi, ſi doueranno prima ridurre li 8. ſcudi à 80. giulij, acciò rimanghino 78. giulij.

Quando vi ſono intieri che s'habbia da fare.

Se dall'intieri ſi dourà cauare qualche numero rotto, s'haurà da ridurre vn'vnità dell'intieri à rotti della medeſima Denominatione, acciò ſi faccia vna minutia, il Numeratore della quale ſia vguale al Denominatore; & da quella ſi ha da ſottrarre la minutia propoſta. Come douendoſi cauare da 10. queſta minutia $\frac{6}{11}$. faremo d'vn'vnità $\frac{11}{11}$. da quali ſe cauaremo $\frac{6}{11}$. rimarranno $9\frac{5}{11}$. Imperoche all'intieri mancarà quella vnità, che è ſtata ridotta alla minutia.

Ma ſe dall'intieri ſi doueranno cauar l'intieri, & di piu alcun rotto, ſi dourà ridurre ſimilmente vna vnità di quell'intieri alla minutia della medeſima denominatione. Di poi cauare l'intieri da gl'altri intieri, & il rotto dall'altro rotto. Come ſe queſto numero $4\frac{3}{5}$. s'habbia da ſottrarre da 10. faremo d'vna vnità del numero 10. queſta minutia $\frac{5}{5}$. dalla quale, ſe leuaremo $\frac{3}{5}$. rimarranno $\frac{2}{5}$. & ſe ſi leuaranno 4. dal reſto 9. rimarranno 5. ſi che tutto il numero ch'auanza, ſarà $5\frac{2}{5}$.

Vltimamente ſe dall'intieri inſieme con

rotti si douranno sottrarre intieri, & rotti, ouero rotti soli; se il rotto, che si ha da cauare, è minor di quello, dal quale si caua, ò à quello vguale, s'haurà da sottrarre il rotto dal rotto, & l'intieri dall'intieri: Ma se il rotto, che si deue sottrarre, sarà maggiore di quello, dal quale si fa la sottrattione, s'haurà da ridurre vna vnità d'intieri, dalli quali si deue far la sottrattione, al rotto, che gli sta cõgionto, &c. Come se questo numero 6 $\frac{3}{4}$. si dourà sottrarre da questo 10 $\frac{1}{2}$. perche la minutia $\frac{3}{4}$. è maggiore che $\frac{1}{2}$. faremo d'vna vnità del numero sano 10. questa minutia $\frac{2}{2}$. la quale con $\frac{1}{2}$. farà $\frac{3}{2}$. dalla quale minutia se si leuarà la minutia $\frac{3}{4}$. restarà la minutia $\frac{6}{8}$. Leuati ancora 6. dal 9. rimarrà 3. Sarà adunque tutto il numero, che resta, 3 $\frac{6}{8}$.

Quando vi sono piu minutie, che s'habbia da fare.

CHE se alle volte si dourà sottrarre vna minutia da piu minutie, ò piu da vna, ò piu da piu, s'haurà da auuertire di raccorre prima in vna somma quelle piu, tanto quelle, che si sottraggono, quanto quelle, dalle quali si dourà fare la sottrattione.

Prattica di sottrarre vna minutia da vna altra.

DI modo che per sottrarre una minutia dall'altra, quando li Denominatori sono diuersi, s'hanno da moltiplicare li Numeratori in croce per li Denominatori, & vn prodotto sottrarre dall'altro, & sotto à quello, che resta, mettere il numero prodotto dalla moltiplicatione de i Denominatori tra di loro. Perche in questo modo le due minutie proposte si riducono ad vna medesima denominatione, &c. Come per essempio, douendosi sottrarre la minutia $\frac{3}{4}$. dalla minutia $\frac{7}{9}$. moltiplicaremo il Numeratore 3. della minutia, che si caua, per il Denominatore 9. dell'altra, & il prodotto 27. cauaremo dal numero 28. prodotto dalla moltiplicatione del Numeratore 7. della minutia, dalla quale si fa la sottrattione, per il Denominatore 4. dell'altra, & sotto la vnità rimasta porremo il numero 36. prodotto dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro, acciò si facci la minutia, che resta, $\frac{1}{36}$.

LA proua della sottrattione si fa per il raccorre: Per-

La proua del sottrare delle minutie.

Perche se la minutia rimasta si aggiongerà alla minutia sottratta, si rifarà quella minutia, della quale è stata fatta la sottrattione, se non si è fatto errore. Come dire, perche sottraendo questa minutia $\frac{3}{4}$. da questa $\frac{7}{9}$. rimane questa minutia $\frac{1}{36}$. come nel prossimo essempio è stato chiaro, se s'aggiongerà $\frac{1}{36}$. à $\frac{3}{4}$. si farà questa minutia $\frac{112}{144}$. che ridotta à minimi termini, sarà questa $\frac{7}{9}$. dalla quale è stata fatta la sottrattione. Cosi ancora, perche sottraendo questa minutia $\frac{2}{3}$. da questa $\frac{6}{8}$. rimane questa minutia $\frac{2}{24}$. la quale se si aggiongerà à $\frac{2}{3}$. si farà questa minutia $\frac{54}{72}$. che è vguale alla minutia $\frac{6}{8}$. dalla quale è stata fatta la sottrattione, come è manifesto, se l'vna & l'altra si ridurrà à minimi termini; Perche sempre si ritrouarà questa minutia $\frac{3}{4}$. Ouero se li Numeratori di quelle si moltiplicaranno in croce per li Denominatori; Perche sempre produrranno vn medesimo numero, cioè 432.

DEL MODO DI MOLTIPLICAre i numeri rotti. Cap. XIII.

La moltiplicatione delle minutie in che modo si faccia.

SE si moltiplicaranno tra di loro li Numeratori, si produrrà il Numeratore della moltiplicatione, ma dalla moltiplicatione de i Denominatori si farà il Denominatore della medesima. Come dalla moltiplicatione di $\frac{2}{3}$. per $\frac{3}{4}$. si farà $\frac{6}{12}$. cioè $\frac{1}{2}$. Perche li Numeratori moltiplicati tra di loro fanno 6. & li Denominatori 12.

Quando vi sono intieri, che si debba fare.

QVANDO vna minutia si dourà moltiplicare per vn numero intiero, s'haurà da porre sotto il numero intiero vn'vnità, acciò da esso si faccia quasi vn certo rotto denominato dall'vnità. Doppo s'osseruarà la regola, che poco fa, hauemo data. Come se si hauranno da moltiplicare 8. per $\frac{4}{5}$. scriueremo 1. sotto l'8. come tu vedi nel proposto essempio. Adunque se si moltiplicaranno tra di loro tanto li Numeratori, quanto li De-

$\frac{8}{1}$. $\frac{4}{5}$

li Denominatori, si produrrà questa minutia $\frac{32}{5}$. che val tanto, quanto 6 $\frac{2}{5}$.

Ma quando al numero intiero è congionta qualche minutia, s'haurà da ridurre il numero intiero à quella minutia, acciò da esso, & dalla minutia attaccata si facci vn rotto. Come douendosi moltiplicare 8. per 3 $\frac{5}{6}$. faremo dal 3 $\frac{5}{6}$. la minutia $\frac{23}{6}$. & sotto il numero 8. metteremo 1. come tu vedi essere stato fatto qui.

$\frac{8}{1}$. $\frac{23}{6}$.

Se adunque si moltiplicarano tra di loro tanto li Numeratori, quanto li Denominatori, si produrrà questa minutia $\frac{184}{6}$. equiualente à questo numero 30 $\frac{4}{6}$. Di piu se si douranno moltiplicare 4 $\frac{2}{3}$. per $\frac{1}{2}$. ridurremo 4 $\frac{2}{3}$. à $\frac{14}{3}$. come qui tu vedi.

$\frac{14}{3}$. $\frac{1}{2}$.

Et si produrrà dalla moltiplicatione questa minutia $\frac{14}{6}$. cioè 2 $\frac{2}{6}$. Nel medesimo modo, se si douranno moltiplicare 4 $\frac{1}{2}$. per 3 $\frac{1}{5}$. ridurremo il numero primo à $\frac{9}{2}$. & il secondo à $\frac{16}{5}$. come tu vedi nell'essempio qui posto.

$\frac{9}{2}$. $\frac{16}{5}$.

Moltiplicando adunque tra di loro tanto li Numeratori, quanto li Denominatori, si produrrà questa minutia $\frac{144}{10}$. cioè 14 $\frac{4}{10}$.

La proua della moltiplicatione delle minutie, come si faccia.

La proua della moltiplicatione si fa per la Diuisione. Perche se si diuiderà la minutia prodotta per vna delle due, che sono moltiplicate, necessariamente verrà nel Quotiente l'altra minutia moltiplicata. Come se dalla moltiplicatione di $\frac{1}{2}$. per $\frac{4}{7}$. si fa $\frac{4}{14}$. è necessario, che partendo $\frac{4}{14}$. per $\frac{1}{2}$. si produca $\frac{4}{7}$. ma partẽdo la medesima minutia $\frac{4}{14}$. per $\frac{4}{7}$. si facci $\frac{1}{2}$. Ma che partendo $\frac{4}{14}$. per $\frac{1}{2}$. si produca $\frac{8}{14}$. la qual minutia è vguale à questa $\frac{4}{7}$. & diuidendo il medesimo rotto $\frac{4}{14}$. per $\frac{4}{7}$. si produca $\frac{28}{56}$. cioè $\frac{1}{2}$. sarà manifesto dal seguente cap.

Perche nella moltiplicatione delle minutie si produchi vna minutia minore dell'vna & l'altra che moltiplica.

Ne deue fare marauiglia ad alcuno, che la moltiplicatione delle minutie produchi sempre vna minutia minore dell'vna e l'altra minutia, che moltiplica, come nell'vltimo essempio, ch'hauemo dato nella proua, è manifesto, doue dalla moltiplicatione di

$\frac{1}{2}$. per $\frac{4}{7}$. è prodotta la minutia $\frac{4}{14}$. cioè $\frac{2}{7}$. la quale è minore dell'vna & l'altra minutia, che moltiplica. Percioche se si considera bene la natura della moltiplicatione, facilmẽte cognoscerà ogn'vno, questo necessariamente così douer essere. Perche essendo, che all'hora vn numero si dica esser moltiplicato per vn'altro, quando vno d'essi si piglia tante volte, quante volte l'altro contiene l'vnità, come nel cap. 4. hauemo detto, è cosa chiara, che nè l'vna, nè l'altra minutia, che moltiplica, si può pigliare tutta nel numero prodotto, ma solamente certi fragmenti di essa, cioè fragmenti dell'vnità, quali ci vengono significati per l'altra minutia, che moltiplica, poiche questa minutia è minore dell'vnità. Imperoche di qui è, che si come la minutia, che moltiplica, non contiene l'vnità intiera, così ne anco il numero prodotto conterrà tutta l'altra minutia, che moltiplica. Come nel prossimo essempio, si come $\frac{1}{2}$. è la meza parte dell'vnità, così ancora il numero prodotto $\frac{4}{14}$. cioè $\frac{2}{7}$. è la meza parte di questa minutia $\frac{4}{7}$. come ricerca la definitione della moltiplicatione. Bene adunque dalla moltiplicatione di $\frac{1}{2}$. per $\frac{4}{7}$. si produce questa minutia $\frac{4}{14}$. cioè $\frac{2}{7}$. Questo ancora sarà piu chiaro dal commune modo di parlar Italiano. Imperoche, si come, quando si moltiplica 3. per 6. intendiamo, che si ha da pigliar il 3. sei volte, ouero il 6. tre volte, cioè 18. così ancora, quando si moltiplica $\frac{1}{2}$. per $\frac{4}{7}$. vogliamo dire, che si deue pigliare $\frac{4}{7}$. vna meza volta, ouero, che si ha da pigliar la metà di $\frac{4}{7}$. ouero $\frac{4}{7}$. di $\frac{1}{2}$. cioè solamente $\frac{2}{7}$. Essendo chiaro, che la metà di $\frac{4}{7}$. fa $\frac{2}{7}$. & $\frac{4}{7}$. di $\frac{1}{2}$. fanno $\frac{2}{7}$. ouero $\frac{4}{14}$. poiche $\frac{1}{7}$. di $\frac{1}{2}$. e $\frac{1}{14}$. come costa dalla riduttione di queste minutie di minutie $\frac{4}{7}$. $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{7}$. $\frac{1}{2}$. Imperoche per il cap. 10. la prima si ridurrà à questa semplice $\frac{4}{14}$. & la seconda à questa $\frac{1}{14}$. Così ancora dalla moltiplicatione di 9. per $\frac{1}{3}$. si produce questa minutia $\frac{9}{3}$. cioè questo numero 3. che è minore che 9. Perche si come $\frac{1}{3}$. è la terza parte dell'vnil'vnità; così il numero 3. è la terza parte del numero 9. Ouero sì come il numero prodotto 3. contiene $\frac{1}{3}$. noue volte; così il numero 9. contiene noue vnità. Non è adunque marauiglia, che si produca minor numero dell'vna, e dell'altra minutia moltiplicante, quando ciascuna di esse è minore che l'vnità. Imperoche, quando si moltiplica vn numero intiero per vn rotto, si produce ben sempre vn numero minore che l'intiero moltiplicato, ma maggiore che la minutia moltiplicante, sì come nel prossimo essempio s'è visto. Così ancora, se l'intieri per l'intieri insieme con rotti, ouero l'intieri insieme con rotti per l'intieri insieme con rotti si moltiplicaranno, sempre si produrrà maggior numero dell'vno, & dell'altro numero moltiplicante, per amor del numero intiero, che moltiplica gl'intieri. Come dire dalla moltiplicatione di 4. per 3 $\frac{1}{4}$. si farà il numero $\frac{52}{4}$. cioè 13. Perche il numero 4. pigliato tre volte fa 12. & la quarta parte di esso è 1. ouero perche il numero 3. pigliato quattro volte fa 12. & la minutia $\frac{1}{4}$. pigliata quattro volte fa $\frac{4}{4}$. cioè 1.

DEL MODO DI DIVIDERE I numeri rotti. Cap. XIIII.

Come si faci la diuisione delle minutie.

PER piu facilità, la regola della Diuisione si potrà ridurre alla regola della moltiplicatione, in questo modo. Si cambino tra di loro li termini, ò numeri della minutia, che è partitore, cioè il Numeratore si scriua sotto la lineetta, & il Denominatore di sopra. Perche fatto questo, se la regola data della moltiplicatione nel cap. precedente si osseruarà, cioè se tanto li Numeratori tra se, quanto li Denominatori tra di loro si moltiplicaranno, si produrrà il numero Quotiẽte. Come douendosi diuidere questa minutia $\frac{1}{2}$. per $\frac{1}{6}$. starà l'essempio, come qui vedi. $\frac{1}{2}$. $\frac{6}{1}$. Moltiplicando adunque tanto li Numeratori, quanto li Denominatori tra di loro, si produrrà questa minutia $\frac{6}{2}$. cioè il numero 3. che è il Quotiente.

Così ancora se si dourà diuidere la minutia $\frac{2}{5}$. per $\frac{3}{7}$. starà l'essempio, come qui vedi. $\frac{2}{5}$. $\frac{7}{3}$. Et il Quotiente sarà $\frac{14}{15}$.

Quando vi sono dell'intieri, che s'habbia da fare.

QVANDO vn numero intiero si ha da diuidere per vna minutia, ò per vn numero intiero con rotti: Ouero vna minutia per vn numero intiero, ò per vn numero intiero con rotti: Ouero finalmente vn numero intiero con rotti per rotti, ò per vn numero intiero, ò per vn numero intiero con rotti; si dourà porre sotto'l numero intiero vna vnità, se il numero intiero sarà solo senza rotto; Ma se il numero sarà intiero con rotto, si dourà ridurre quel numero intiero alla minutia, che gli sta attaccata, acciò si faccia vna totale minutia, come nel cap. precedente hauemo detto. Doppo si ha da osseruare la regola già detta. Come nelle seguenti diuisioni staranno li essempi, insieme con li Quotienti loro, come qui vedi.

	così staranno gli essempi.			li Quotienti.
6. per $\frac{2}{3}$.		$\frac{6}{1}$.	$\frac{3}{2}$.	$\frac{18}{2}$. ouero 9.
6. per 4 $\frac{2}{3}$.		$\frac{6}{1}$.	$\frac{3}{14}$.	$\frac{18}{14}$. ouero 1 $\frac{2}{7}$.
$\frac{2}{3}$. per 6.		$\frac{2}{3}$.	$\frac{1}{6}$.	$\frac{2}{18}$. ouero $\frac{1}{9}$.
$\frac{2}{3}$. per 6 $\frac{1}{2}$.		$\frac{2}{3}$.	$\frac{2}{13}$.	$\frac{4}{39}$.
6 $\frac{1}{2}$. per $\frac{3}{4}$.		$\frac{13}{2}$.	$\frac{4}{3}$.	$\frac{52}{6}$. ouero 8 $\frac{2}{3}$.
6 $\frac{1}{2}$. per 3.		$\frac{13}{2}$	$\frac{1}{3}$.	$\frac{13}{6}$. ouero 2 $\frac{1}{6}$.
6 $\frac{1}{2}$. per 3 $\frac{4}{5}$.		$\frac{13}{2}$.	$\frac{5}{19}$.	$\frac{65}{38}$. ouero 1 $\frac{27}{38}$

In che modo gl'altri insegnino di diuidere le minutie.

ALCVNI danno questa regola della Diuisione delle minutie. Il Numeratore della minutia, che si ha da partire, (posta l'vnità sotto gl'intieri, se vi sono, & ridotti gl'intieri alla minutia, che gli è à lato, se ci è) si moltiplichi per il Denominatore della minu-

minutia, per la quale si diuide. Perche in questo modo si produrrà il Numeratore della minutia Quotiente. Ma il Denominatore si produrrà dalla moltiplicatione del Denominatore della minutia, che si ha da partire, per il Numeratore della minutia, per la quale si diuide. Il che in vero è il medesimo, come se si cambiassero tra di loro i termini, ò numeri del partitore, e si seruasse la regola della Moltiplicatione, come è manifesto. Ma perche alcuno potrebbe stare alle volte in dubbio, se il Numeratore della minutia, che si diuide, ouero di quella, per la quale si diuide, produca il Numeratore della minutia Quotiente, (perche facilmẽte questa cosa potrebbe vscire di memoria) più mi piace la prima regola da noi data, nella quale la regola della Diuisione si riduce alla regola della moltiplicatione.

La proua della diuisione delle minutie.

La proua della Diuisione si fa per la moltiplicatione. Perche se si moltiplicarà la minutia Quotiente per la minutia, per la quale si diuide, si produrrà necessariamente la minutia diuisa. Essempio. Perche dalla diuisione di $\frac{4}{5}$. per $\frac{1}{2}$. si produce la minutia $\frac{8}{5}$. cioè 1 $\frac{3}{5}$. seguita, che dalla moltiplicatione di 1 $\frac{3}{5}$. per $\frac{1}{2}$. si produchi la minutia diuisa $\frac{4}{5}$. Il che è verissimo. Imperoche si produce da questa moltiplicatione la minutia $\frac{8}{10}$. che è eguale à questa $\frac{4}{5}$. come è manifesto.

Perche spesse volte nella diuisione delle minutie, il Quotiente sia maggiore, che la minutia diuisa.

Ma che nella diuisione delle minutie spesse volte si produca vn Quotiente maggiore che la minutia, che si diuide, come nella diuisione di $\frac{6}{7}$. per $\frac{2}{7}$. è manifesto, nella quale il Quotiente è $\frac{42}{14}$. cioè 3. non deue far marauiglia ad alcuno. Perche essendo che il numero Quotiente significhi, quante volte il partitore si contenga nel numero, che si diuide, chiara cosa è, quando la minutia, per la quale si diuide, è minore che la minutia, che si diuide, che quella in questa viene ad essere contenuta più d'vna volta, & però che'l Quotiẽte habbia ad essere maggiore che 1. ancorche la minutia, che si diuide, sia minor che 1. Come nel prossimo essempio; perche la minutia $\frac{2}{7}$. per la quale si diuide, si contiene nella la minutia $\frac{6}{7}$. che si diuide, tre volte, auuiene, che'l Quotiente sia 3. acciò mostri, quella in questa essere contenuta tre volte. Il medesimo ancora dalla definitione della Diuisione chiaramẽte apparisce. Perche conciosia che la Diuisione sia vn ritrouamẽto di vn numero, che tante volte cõtenghi l'vnità, quãte volte il numero, che si diuide, cõtiene in se il partitore, come nel cap. 5. hauemo detto, è chiaro, che nella prossima diuisione il Quotiente debbia essere 3. cioè, che contenghi tre volte l'vnità, si come ancora la minutia $\frac{6}{7}$. che si diuide, cõtiene la minutia $\frac{2}{7}$. per la quale si diuide, tre volte. Adunque non è marauiglia, che nella diuisione delle minutie sempre si produca vn Quotiente maggiore del numero, che si diuide, quando il partitore è minore che 1. & minore anco, che la minutia, che si diuide, come nel dato essempio è stato chiaro. Et il medesimo nella diuisione di 6. per $\frac{1}{2}$. apparisce, doue il Quotiente è 12. perche la minutia $\frac{1}{2}$. per la quale si diuide, è contenuta 12. volte nel numero 6. che si diuide.

Quando il Quotiente sia maggiore che'l numero, che si diuide, nella Diuisione delle minutie.

La qual cosa però più generalmente dimostraremo, ogni volta che'l partitore è minore che l'vnità, ancorche non sia minore che'l numero, che si diuide, in questo modo. Essendo la diuisione vn ritrouamẽto d'vn numero, che tante volte cõtenga l'vnità, quante volte il numero, che si diuide, contiene in se il partitore: sarà necessariamente tal proportione del Quotiente all'vnità, qual'è del numero, che si diuide, al partitore, & per la proportione permutata, tal proportione del quotiente al numero, che si diuide, qual'è dell'vnità al partitore. Essendo adunque l'vnità maggiore, che'l partitore, per la suppositione, sarà ancora il Quotiente maggiore, che'l numero, che si diuide.

Quando il Quotiente sia minore nelle minutie, del nu-

Nondimeno quando il partitore è maggior che 1. sempre il Quotiente sarà minore del numero, che si diuide. Essempio. Diuidendosi $\frac{8}{9}$. per 1 $\frac{1}{2}$. il Quotiente è $\frac{16}{27}$. Et 6 $\frac{1}{2}$. per 1 $\frac{2}{3}$. il Quotiente è $\frac{39}{10}$.

mero, che si diuide.

$\frac{39}{10}$. cioè $3\frac{9}{10}$. Et partendosi $100\frac{1}{2}$. per $10\frac{3}{4}$. il Quotiente è $\frac{804}{86}$. cioè $9\frac{30}{86}$. ouero $9\frac{15}{43}$. Di piu partendosi $3\frac{1}{5}$. per $1\frac{1}{2}$. il Quotientie è $\frac{32}{15}$. cioè $2\frac{2}{15}$. doue tu vedi, il Quotiente sempre essere minore del numero, che si diuide.

LA ragione è, perche essendo la Diuisione vn ritrouamento di vn numero, che tante volte contenga l'vnità, quante volte il numero, che si diuide, contiene in se il partitore; sarà necessariamente tal proportione del Quotiente all'vnità, quale è del numero, che si diuide, al partitore; & per la proportione permutata, tal proportione del Quotiente al numero, che si diuide, qual'è dell'vnità al partitore. Essendo adunque l'vnità minore, che'l partitore, per la suppositione, sarà ancora il Quotiente minore, che'l numero, che si diuide.

ANNOTATIONE.

TVTTO *questo dalla linea, che comincia* [LA qual cosa però, &c.] *fin qui, l'*Autore *l'ha mutato cosi, imperoche nell'essemplare* Latino *non stà in questo modo*: Et *egli vorrebbe, che cosi si leggesse nel* Latino, *come stà qui nel volgare*; Essendo *la cosa assai piu chiara qui, che li, & piu vniuersale*.

DEL MODO DI INESTARE i numeri rotti. Cap. XV.

Che cosa sia l'inestamento delle minutie.

SOGLIONO alcuni Aritmetici vsare vna certa operatione nelle minutie, che chiamano inestamento. (alcuni la chiamano infilzamento) Il quale inestamento non è altro, che, essendo proposte due, ouero piu minutie, delle quali ciascheduna sia vn rotto, ò di vna sola particola di tutte le seguenti minutie per ordine, ouero vn rotto di tutte le seguenti minutie intiere per ordine, vn aggiongere tutte le proposte minutie di questa sorte, all'vltima minutia, rispetto della quale si pigliano tutti quelli rotti di rotti: Di maniera che in vn certo modo s'inestino, ò s'inserischino, & s'infilzino le precedenti minutie alle seguenti. Donde quest'operatione ha preso il nome di inestamento, come nelli essempi sarà chiaro. Come dire, se saranno proposte queste due minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. di modo, che la prima sia vn rotto d'vna sola particella dell'vltima, ouero vn rotto di tutta l'vltima; cioè di modo, che la prima contenga ò due terze parti di vna quarta parte, ouero due terze parti di tre quarte parti: l'operatione, con la quale aggiongiamo $\frac{2}{3}$. di vn quarto, ouero $\frac{2}{3}$. di tre quarti à $\frac{3}{4}$. si chiama inestamento. Nel medesimo modo, se saranno proposte queste quattro minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{5}$. $\frac{4}{7}$. si che ciascheduna sia vn rotto ò d'vna sola particola di tutte le seguenti, ouero vn rotto di tutte quante le seguenti intiere, cioè che la prima contenga ò due terzi di vn quarto di vn quinto di vn settimo; & la seconda significhi tre quarti di vn quinto di vn settimo; & la terza comprenda due quinti di vn settimo; ouero che la prima contenga due terzi di tre quarti di due quinti di quattro settimi; & la seconda comprenda tre quarti di due quinti di quattro settimi; & la terza significhi due quinti di quattro settimi: l'operatione, con la la quale si aggiógono tutti questi rotti di rotti, cioè $\frac{2}{3}$. di vn quarto di vn quinto di vn settimo; & $\frac{3}{4}$. di vn quinto di vn settimo; & $\frac{2}{5}$. di vn settimo; ouero $\frac{2}{3}$. di tre quarti di due quinti di quattro settimi; & $\frac{3}{4}$. di due quinti di quattro settimi; & $\frac{2}{5}$. di quattro settimi, à $\frac{4}{7}$. si chiama inestamento. & cosi dell'altre.

E' adunque l'inestaméto di due sorti; l'vna, quando ciascheduna minutia è vn rotto di vna sola particola di tutte le seguenti minutie per ordine; l'altra, quando ciascheduna minutia è vn rotto di tutte l'intiere minutie seguenti per ordine, si come nelli essempi è stato manifesto. Essendo questo così, tutti gl'Aritmetici hanno parlato solamente del primo inestamento, senza farne mentione alcuna del secondo, forse per questa causa, perche il primo è molto vtile à diuidere qual si voglia numero intiero insieme

L'inestamé to pchecausa sia stato ritrouato.

come con alcun rotto, per vn numero intiero, si come poco piu à basso diremo. Ma perche il secondo inestamento ancora è molto vtile nelle progressioni Geometriche, come, piacendo à Dio, nella nostra Aritmetica maggiore dichiararemo, daremo la regola dell'vno, & dell'altro inestamento.

La differenza che è tra l'inestaméto, & la ridottione delle minutie di minutie.

E gran differenza tra l'inestamento, & quella operatione, con la quale nel cap. 9. hauemo insegnato il modo di ridurre le minutie di minutie ad vna semplice minutia. Perche iui essendoci proposte, verbi gratia, queste due minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. in modo, che la prima sia vn rotto della seconda, ricercauamo solamente, che sorte di minutia semplice facessero due terzi di tre quarti, & ritrouauamo che faceuano $\frac{\ }{1}\frac{6}{2}$. cioè $\frac{1}{2}$. di vn'intiero. Ma qui cercaremo, che sorte di minutia si faccia, se si aggiongeranno $\frac{2}{3}$. di vn quarto, ouero $\frac{2}{3}$. di tre quarti, à $\frac{3}{4}$. che nel primo modo si farà questa minutia $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. ma nell'altro modo questa $\frac{1}{1}\frac{5}{2}$ cioè 1 $\frac{1}{4}$. delle quali l'vna, & l'altra è differente assai da $\frac{1}{2}$. Nel medesimo modo si vedrà la differenza, se saranno piu minutie, che due.

Prima regola dell'inestamento di due minutie.

SE adunque si proponeranno due minutie, delle quali la prima sia vn rotto di vna sola particella della seconda, così si farà l'inestamento. Moltiplichisi il Numeratore della seconda minutia per il Denominatore della prima, & al prodotto numero si aggionga il Numeratore della medesima prima. Perche questa somma sarà il Numeratore della minutia, che si ha da produrre; ma il Denominatore si produrrà dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro. Essempio. Se saranno date queste due minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. così si farà l'inestamento, ouero così si sommaranno $\frac{2}{3}$. di vn quarto con $\frac{3}{4}$. Moltiplicandosi il Numeratore 3. della seconda minutia per il Denominatore 3. della prima si fa 9. & aggiongendo il Numeratore 2. della medesima prima minutia si fa 11. cioè il Numeratore della minutia, che si ha da produrre. Ma il Denominatore sarà il numero 12. prodotto dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro: Si che questa minutia $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. risulta di $\frac{2}{3}$. di vn quarto sommati con $\frac{3}{4}$. Il che facilmente si potrà prouare per la regola del sommare i rotti. Imperoche essendo che $\frac{2}{3}$. di vn quarto, secondo la riduttione delle minutie di minutie, faccino $\frac{\ }{1}\frac{2}{2}$. se si aggiongeranno $\frac{\ }{1}\frac{2}{2}$. à $\frac{3}{4}$. si faranno $\frac{4}{4}\frac{4}{8}$. cioè $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. come prima.

In che modo piu minutie che due s'inestino insieme per la prima regola.

MA se si daranno piu minutie, che due, delle quali ciascheduna sia vn rotto di vna sola particola di tutte le seguenti per ordine, l'inestamento si farà in questo modo. Si moltiplichi il Numeratore dell'vltima minutia per il Denominatore della penultima, & al numero prodotto si aggionga il Numeratore della medesima penultima: Doppo si moltiplichi questa somma per il Denominatore della minutia antepenultima, & al prodotto numero si aggionga il Numeratore della medesima antepenultima. Di poi si moltiplichi ancora questa somma per il Denominatore della prossima antecedente minutia, & al numero prodotto si aggionga il Numeratore della medesima minutia, che precede; & così di mano in mano, se saranno piu minutie, l'vltima somma sempre si moltiplichi per il Denominatore della precedente minutia, & al prodotto si aggionga il Numeratore della medesima precedente minutia, fin che non resti alcuna minutia: Perche l'vltima somma sarà il Numeratore della minutia, che si ha da produrre; ma il Denominatore si produrrà dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro. Come, se saranno date queste minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{5}$. $\frac{4}{7}$. così si farà l'inestamento, cioè così si sommaranno $\frac{2}{3}$. di vn quarto di vn quinto di vn settimo, & $\frac{3}{4}$. di vn quinto di vn settimo, & $\frac{2}{5}$. di vn settimo con $\frac{4}{7}$. Dalla moltiplicatione del Numeratore 4. dell'vltima minutia per il Denominatore 5. della penultima, si fanno 20. aggiongendo il Numeratore 2. della medesima penultima minutia, si fanno 22. che moltiplicati per il Denominatore 4. dell'antepenultima minutia fanno 88. aggiongendo il Numeratore 3. della mede-

medeſima antepenultima minutia, ſi fanno 91. che moltiplicati per il Denominatore 3. della antecedente minutia, che è la prima, fanno 273. aggiongendo il Numeratore 2. della medeſima prima minutia precedente ſi fanno 275. che ſarà il Numeratore della minutia, che ſi ha da produrre. Ma il Denominatore ſarà il numero 420. prodotto dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro, cioè dalla moltiplicatione del primo per il ſecondo, & di queſto numero prodotto per il terzo, &c. Si che da queſto ineſtamento ne naſcerà queſta minutia $\frac{275}{420}$. che ridotta alli minimi termini ſarà $\frac{55}{84}$. Il che per la regola del ſommare i rotti ſi prouarà in queſto modo. Perche $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{5}$. $\frac{1}{7}$. per la regola di ridurre le minutie di minutie, fanno $\frac{2}{420}$. Et $\frac{3}{4}$. $\frac{1}{5}$. $\frac{1}{7}$. fanno $\frac{3}{140}$. & $\frac{2}{5}$. $\frac{1}{7}$. fanno $\frac{2}{35}$. ſe queſte tre minutie $\frac{2}{420}$. $\frac{3}{140}$. $\frac{2}{35}$. ſi ſommaranno con $\frac{4}{7}$. ſi farà $\frac{9432500}{14406000}$. cioè ne i minimi termini $\frac{55}{84}$. come prima. Ma molto piu facilmente, & piu preſto fu ritrouata queſta ſomma per l'ineſtamento.

Le minutie, che s'ineſtano ſecondo la prima regola, non ſi deuono ridurre alli minimi termini innãzi il fine dell'operatione.

In queſta regola dell'ineſtare, niuna minutia ſi ha da ridurre à li minimi termini, prima che ſia finita tutta l'operatione, perche il ſenſo ſi variarebbe, e ſi farebbe grand'errore. Ma finita l'operatione, ſi potrà ridurre la ſomma prodotta alli minimi termini, come da noi è ſtato fatto. Perche hauemo ridotto queſta minutia $\frac{275}{420}$. prodotta dell'ineſtamento, à queſta $\frac{55}{84}$. Ma che il ſenſo ſi variarebbe, & ſi farebbe errore, ſe alcuna minutia ſi riduceſſe à minimi termini, innanzi il fine dell'operatione, è coſa chiara. Perche, ſe ſi dourãno ineſtare queſte minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{8}{12}$. cioè aggiongere $\frac{2}{3}$. di vn duodecimo à $\frac{8}{12}$. ſi farà $\frac{32}{36}$. Ma ſe l'ultima minutia $\frac{8}{12}$. ſi riduceſſe à minimi termini, come dire à queſta minutia $\frac{2}{3}$. ſi douerebbono ineſtare $\frac{2}{3}$. $\frac{2}{3}$. cioè ſommare $\frac{2}{3}$. di vn terzo con $\frac{2}{3}$. Il qual ſenſo è molto diuerſo dal primo; & perciò ſi farebbe da queſto ineſtamento vn'altra minutia, cioè $\frac{8}{9}$. molto diuerſa dalla prima minutia prodotta $\frac{32}{36}$. Nondimeno queſta prima minutia prodotta $\frac{32}{36}$. ſi può ridurre à queſta ne' minimi termini $\frac{16}{18}$.

La ſomma dell'ineſtamẽto ſecondo la prima regola ſempre è minore dell'vnità, & perche cauſa.

Non è anco da laſciar di dire, che la ſomma raccolta dall'ineſtamento già eſpoſto, ſe l'vltima minutia è minore che l'vnità, ſempre è minore dell'vnità, ancorche s'ineſtino infinite minutie. Come, ſe queſte minutie $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{2}$. $\frac{4}{5}$. s'ineſtino, faranno queſta minutia $\frac{119}{120}$. che è minore dell'vnità. Et che queſto debba eſſere coſi, ſi può dichiarare in queſto modo. Perche, accioche $\frac{4}{5}$. faccino vna vnità, ne manca $\frac{1}{5}$. & la minutia precedente $\frac{1}{2}$. che ſi aggionge à $\frac{4}{5}$. non è $\frac{1}{5}$. ma $\frac{1}{2}$. di vn quinto; ſeguita, che à compire l'vnità, manchi ancora $\frac{1}{2}$. di vn quinto. Et perche l'antecedente minutia $\frac{2}{3}$. che ſi aggionge, non è $\frac{1}{2}$. di vn quinto, ma $\frac{2}{3}$. di vn mezo di vn quinto; ſeguita, che per compire l'vnità, manchi ancora $\frac{1}{3}$. di vn mezo di vn quinto. Di piu perche la precedente minutia $\frac{3}{4}$. non è $\frac{1}{3}$. di vn mezo di vn quinto, ma $\frac{3}{4}$. di vn terzo di vn mezo di vn quinto; ſeguita, che per fornire l'vnità, manchi ancora $\frac{1}{4}$. di vn terzo di vn mezo di vn quinto. Et coſi di mano in mano, ſe foſſero piu minutie, ſempre mancarà alcuna coſa à compire l'vnità.

L'vſo della prima regola dell'ineſtamento nel diuidere vn numero intiero inſieme cõ vn rotto per vn numero intiero.

Ma acciò tu vedi, quanto ſia eccellente l'vſo di queſta prima regola dell'ineſtare, nel diuidere vn numero intiero inſieme con vna minutia per un'altro numero intiero, addurrò vno, ò due eſſempi. Habbiaſi da diuidere 20 $\frac{1}{4}$. per 12. Diuidendoſi l'intieri 20. per 12. ſi fa il Quotiente 1 $\frac{8}{12}$. Et perche la minutia $\frac{1}{4}$. ſi deue ancora diuidere per 12. & il Quotiente aggiongere al primo Quotiente; ſeguita, che eſſendo il Quotiente (ſe ſi diuide $\frac{1}{4}$. per 12.) $\frac{1}{4}$. di vn duodecimo, ſi come quando ſi diuide 1. per 12. il Quotiente è $\frac{1}{12}$. ſeguita dico, che ſe s'ineſtano queſte minutie $\frac{1}{4}$. $\frac{8}{12}$. cioè ſe ſi aggionge $\frac{1}{4}$. di vn duodecimo, (cioè il Quotiente della diuiſione di $\frac{1}{4}$. per 12.) à $\frac{8}{12}$. ſi faccia vna minutia, che aggionta al Quotiente intiero 1. componghi tutto il Quotiente. Facendosi adunque dall'inesta-mento di queste minutie $\frac{1}{4}$. $\frac{8}{12}$. questa minutia $\frac{33}{48}$. cioè $\frac{11}{16}$. sarà tutto il Quotiente $\frac{11}{16}$. Il medesimo farai, se il partitore 12. metterai sotto il numero 20. intiero, che si ha da diuidere, acciò si faccia questa minutia $\frac{20}{12}$. & à questa minutia inestarai la minutia $\frac{1}{4}$ che ancora s'ha da diuidere, in questo modo, $\frac{1}{4}$. $\frac{20}{12}$. Percioche la minutia $\frac{20}{12}$. è il Quotiente della diuisione di 20. per 12. al quale per l'inestamento si aggionge $\frac{1}{4}$. di vn duodecimo, cioè il Quotiente della diuisione di $\frac{1}{4}$. per 12. Ma che nel l'vno, & l'altro modo si facci bene la diuisione di 20 $\frac{1}{4}$. per 12. facilmente lo potrai esperimentare per la regola della Diuisione. Imperoche se diuiderai 20 $\frac{1}{4}$. per 12. ritrouarai il Quotiente $\frac{81}{48}$. cioè 1 $\frac{33}{48}$. ouero 1 $\frac{11}{16}$. come prima.

Habbiasi ancora da partire 100 $\frac{5}{6}$. per 8. Partendosi l'intieri 100. per 8. si fa il Quotiente 12 $\frac{4}{8}$. Et perche la minutia $\frac{5}{6}$. si deue diuidere ancora per 8. & il Quotiẽte aggiongere al primo Quotiente; seguita, che essendo il Quotiente, (se si diuiderà $\frac{5}{6}$. per 8.) $\frac{5}{6}$. di vn'ottauo, si come, se si diuide 1. per 8. il Quotiente è $\frac{1}{8}$. seguita dico, che se s'inestaranno queste minutie $\frac{5}{6}$. $\frac{4}{8}$. cioè, se si aggiongeranno $\frac{5}{6}$. di vn'ottauo, (cioè il Quotiente della diuisione di $\frac{5}{6}$. per 8.) à $\frac{4}{8}$. si faccia vna minutia, ch'aggionta al Quotiente intiero 12. componghi tutto il Quotiente. Facendosi adunque dall'inestamento di queste minutie $\frac{5}{6}$. $\frac{4}{8}$. questa minutia $\frac{29}{48}$. farà tutto il Quotiente 12 $\frac{29}{48}$. Il medesimo farai, se il partitore 8. metterai sotto il numero intiero 100. che si ha da diuidere, acciò si faccia questa minutia $\frac{100}{8}$. & à questa minutia inestarai la minutia $\frac{5}{6}$. che s'ha ancora da diuidere, in questo modo, $\frac{5}{6}$. $\frac{100}{8}$. Perche la minutia $\frac{100}{8}$. è il Quotiente della diuisione di 100. per 8. alla quale per l'inestamento si aggiongono $\frac{5}{6}$. di vn'ottauo, cioè il Quotiente della diuisione di $\frac{5}{6}$. per 8. Il medesimo Quotiente 12 $\frac{29}{48}$. affatto ritrouarai, se per la regola

gola della diuisione partirai 100 $\frac{5}{6}$. per 8. Perche farai il Quotiente $\frac{605}{48}$. cioè 12 $\frac{29}{48}$.

Finalmente habbiasi da diuidere 100 $\frac{5}{6}$. per 10. Diuidendosi l'intieri 100. per 10. il Quotiente è 10. & auanza nulla. Et perche s'ha da diuidere ancora la minutia $\frac{5}{6}$. per 10. & il Quotiente aggiongere al primo Quotiẽte; di qui nasce, ch'essendo (se si diuide $\frac{5}{6}$. per 10.) il Quotiente $\frac{5}{6}$. di vn decimo, si come diuidendosi 1. per 10. il Quotiente è $\frac{1}{10}$. Di qui nasce dico, che se s'inestaranno queste minutie $\frac{5}{6}$. $\frac{0}{10}$. cioè, se si aggiongeranno $\frac{5}{6}$. di vn decimo, (cioè il Quotiente della diuisione di $\frac{5}{6}$. per 10. à $\frac{0}{10}$. (Imperoche essendo, che nissun rotto auanzò nella diuisione di 100. per 10. si deue porre la figura 0. sopra il partitore 10. acciò si faccia la minutia $\frac{0}{10}$. che significa nissun decimo) si faccia vna minutia, che aggionta al Quotiente intiero 10. componghi tutto il Quotiente. Facendosi adunque dall'inestamẽto di queste minutie $\frac{5}{6}$. $\frac{0}{10}$. questa minutia $\frac{5}{60}$. farà tutto il Quotiente 10 $\frac{5}{60}$. cioè 10 $\frac{1}{12}$. Il medesimo farai, ponendo il partitore 10. sotto il numero intiero 100. che s'ha da diuidere, acciò si faccia questa minutia $\frac{100}{10}$. & à questa minutia inestarai la minutia $\frac{5}{6}$. che si ha similmente da diuidere, in questo modo, $\frac{5}{6}$. $\frac{100}{10}$. Perche la minutia $\frac{100}{10}$. è il Quotiente della diuisione di 100. per 10. alla quale per l'inestamento si aggiongono $\frac{5}{6}$. di vn decimo, cioè il Quotiente della diuisione di $\frac{5}{6}$. per 10. Il medesimo Quotiente à fatto hauerai, se diuiderai 100 $\frac{5}{6}$. per 10. secondo la regola della Diuisione. Imperoche si farà il Quotiente $\frac{605}{60}$. cioè 10 $\frac{5}{60}$. ouero 10 $\frac{1}{12}$.

Hora se si proporranno due minutie, delle quali la prima sia vn rotto di tutta la seconda, si farà l'inestamento in questo modo. Si moltiplichi il Numeratore della seconda minutia per il Denominatore della prima, & al numero prodotto si aggionga il numero prodotto dalla moltiplicatione delli Numeratori. Perche in questo modo si farà il Numera- Seconda regola dell'inestamẽto di due minutie.

 tore

tore della minutia, che si ha da produrre. Ma il Denominatore si produrrà dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro. Come se sarãno date queste minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. così si farà l'inestamento, ouero così si aggiongeranno $\frac{2}{3}$. di tre quarti à $\frac{3}{4}$. Dal Numeratore 3. della seconda minutia moltiplicato per il Denominatore 3. della prima si fanno 9. & aggiongendo il numero 6. prodotto dalla moltiplicatione delli Numeratori, si fanno 15. cioè il Numeratore della minutia, che si ha da produrre. Ma il Denominatore sarà il numero 12. prodotto dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro. Si che dal l'aggiongere $\frac{2}{3}$. di tre quarti à $\frac{3}{4}$. si compone questa minutia $\frac{15}{12}$. cioè $1\frac{1}{4}$. Il che facilmente prouarai per la regola del sommare. Imperoche essendo che $\frac{2}{3}$. di tre quarti faccino $\frac{6}{12}$. come è manifesto per la riduttione delle minutie di minutie, che insegnato hauemo; se si sommaranno $\frac{6}{12}$. con $\frac{3}{4}$. si farà $\frac{60}{48}$. cioè, $1\frac{1}{4}$. come prima.

In che modo piu minutie, che due, s'inestino per la seconda regola.

Ma se piu minutie che due, saranno proposte, dalle quali ciascheduna sia vn rotto di tutte le minutie seguenti intiere per ordine, si farà l'inestamento in questo modo. Si moltiplichi il Numeratore dell'vltima minutia per il Denominatore della penultima, & al numero prodotto si aggionga il numero prodotto dalla moltiplicatione delli vltimi due Numeratori tra di loro. Questa somma da poi si moltiplichi per il Denominatore della minutia antepenultima, & al numero prodotto si aggionga il numero prodotto dalli tre vltimi Numeratori tra di loro moltiplicati. Di piu questa somma si moltiplichi per il Denominatore della minutia prossima antecedente, & al numero prodotto si aggionga il numero prodotto dalli quattro vltimi Numeratori tra di loro moltiplicati: Et così di mano in mano, se saranno piu minutie, sempre si moltiplichi l'vltima somma trouata per il Denominatore della precedente minutia, & al numero prodotto si aggionga il numero prodotto dalla moltiplicatione di tutti li Nu-

li Numeratori di quelle minutie, che sino à quel luogo sono state prese, insino à tanto, che niuna minutia vi resti. Perche l'vltima somma sarà il Numeratore della minutia, che s'ha da produrre. Ma il Denominatore si produrrà dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro. Come se saranno proposte queste minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{5}$. $\frac{4}{7}$ così si farà l'inestamento, ouero così si aggiongeranno $\frac{2}{3}$. di tre quarti di due quinti di quattro settimi, & $\frac{3}{4}$. di due quinti di quattro settimi, & $\frac{2}{5}$. di quattro settimi à $\frac{4}{7}$. Dal Numeratore 4. dell'vltima minutia moltiplicato per il Denominatore 5. della penultima si fa 20. & aggiongendo il numero 8. prodotto dalla moltiplicatione delli due vltimi Numeratori 4. & 2. tra di loro, si fa 28. che moltiplicato per il Denominatore 4. dell'antepenultima minutia fa 112. & aggiongendoli il numero 24. prodotto dalli tre vltimi Numeratori 4. 2. & 3. tra di loro moltiplicati si fa 136. che moltiplicato per il Denominatore 3. dell'antecedente minutia, che è la prima, fa 408. & aggiongendo il numero 48. prodotto da tutti quattro i Numeratori 4. 2. 3. & 2. tra di loro moltiplicati, si fa 456. cioè il Numeratore della minutia, che si ha da produrre. Ma il Denominatore sarà il numero 420. prodotto da tutti li Denominatori tra di loro moltiplicati. Tal che da quest'inestamento si verrà à fare questa minutia $\frac{456}{420}$. cioè $1\frac{36}{420}$. ouero ne i minimi termini $1\frac{3}{35}$. Il che si confermarà per la regola del sommare, in questo modo. Perche $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{5}$. $\frac{4}{7}$. come costa per la regola, per la quale si riducono le minutie di minutie, fanno $\frac{48}{420}$. & $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{5}$. $\frac{4}{7}$. fanno $\frac{24}{140}$. & $\frac{2}{5}$. $\frac{4}{7}$. fanno $\frac{8}{35}$. Se queste tre minutie $\frac{48}{420}$. $\frac{24}{140}$. $\frac{8}{35}$. si aggiongeranno à $\frac{4}{7}$. si farà questa minutia $\frac{15640800}{14406000}$. cioè $1\frac{1234800}{14406000}$. ouero $1\frac{3}{35}$. ne i minimi termini, come prima. Ma molto piu facilmente, e piu espeditamente habbiamo raccolto la medesima somma per la via dell'inestamento.

In questa seconda regola dell'inestamento si possono ridurre le minutie, che s'inestano, à minimi termini, innanzi l'operatione. Perche se s'inestaranno queste minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{4}{8}$, cioè, se si aggiongeranno $\frac{2}{3}$ di quattro ottaui à $\frac{4}{8}$. si farà $\frac{20}{24}$. cioè $\frac{5}{6}$. Altretanto faremo, se prima ridurremo $\frac{4}{8}$. à $\frac{1}{2}$. cioè, se aggiongeremo $\frac{2}{3}$ di vn mezo à $\frac{1}{2}$. Nel medesimo modo se s'inestaranno $\frac{4}{10}$. $\frac{4}{8}$. si farà $\frac{64}{80}$. cioè $\frac{4}{5}$. Et la medesima minutia si produrrà, se prima $\frac{8}{10}$ si ridurranno à $\frac{4}{5}$. & $\frac{4}{8}$. à $\frac{1}{2}$. & s'inestaranno $\frac{4}{5}$. $\frac{1}{2}$. Perochè da quest'inestamento si produrrà $\frac{8}{10}$. cioè $\frac{4}{5}$. come prima. La ragione di questa cosa è, perche essendo la precedente minutia vn rotto di tutta la seguente, il medesimo valore haueranno $\frac{2}{3}$. $\frac{4}{8}$. & $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{2}$. Imperoche se queste minutie di minutie si ridurranno à semplici minutie, si ridurrà la prima à $\frac{8}{24}$. cioè à $\frac{1}{3}$. & la seconda à $\frac{2}{6}$. cioè à $\frac{1}{3}$. parimente. Il che nella prima regola non auuiene. Perche per esser quiui la prima minutia vn rotto di vna particola sola della seconda, chiara cosa è nel medesimo essempio, che altra cosa sono $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{8}$. & $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{2}$. Perche la prima minutia di minutie fa $\frac{2}{24}$. cioè $\frac{1}{12}$. & la seconda $\frac{2}{6}$. cioè $\frac{1}{3}$.

ALCVNE QVESTIONCELLE
delli numeri intieri & rotti. Cap. XVI.

Giudico che sarà molto vtile, prima ch'io vada più auanti, porre in questo luogo varie questioncelle appartenenti à i numeri intieri, & rotti; le quali tutte si sciogliono per via del raccorre, sottrarre, moltiplicare, & diuidere: Sì perche li principianti in sciorre queste, si possono essercitare nelle operationi delli Numeri intieri, & rotti; sì ancora, perche simili questioni sono tal volta molto vtili nelle altre cose Aritmetiche. Di qui adunque faremo principio.

Come si troui vn numero, dal qual leuandone qualunque numero proposto, resti vn'altro numero proposto.

1. Da che numero è stato sottratto, ò si dourà sottrarre 23. acciò restino 47? Et da che numero è

stato sottratto, ouero si douerà sottrarre $\frac{4}{11}$. acciò resti $8\frac{2}{3}$? Le questioni di questa sorte si sciogliono per il sommare. Perche se il numero sottratto, ò che s'ha da sottrarre, aggiongerai al numero, che ha da restare, farai il numero, dal quale il numero dato sottratto lasciarà il dato numero. Come nella prima questione. Da 23. & 47. si fa il numero 70. Adunque da questo si dourà sottrarre 23. acciò resti 47. Et nell'altra questione. Da $\frac{4}{11}$. & $8\frac{2}{3}$. si fa il numero $9\frac{1}{33}$. dal quale se leuarai $\frac{4}{11}$. restarà $8\frac{2}{3}$. Il che chiaramente vedrai, se ridurrai le minutie prodotte ad intieri, & à minimi termini. Il che s'hauerà da osseruare ancora nelle seguenti questioni, cioè, finita l'operatione, s'hauranno da ridurre le minutie prodotte à minimi termini, si come in questa questione è stato fatto.

Come si troui vn numero, che leuato da qualunque numero proposto ne lasci vn'altro numero proposto.

2. Qual numero è stato sottratto, ò si dourà sottrarre da 87. acciò restino 26? Et che numero è stato leuato, ouero si dourà leuare da $\frac{8}{13}$. acciò lasci $\frac{2}{7}$? Simili questioni si spediranno con la sottrattione. Perche se il numero, che deue restare, si sottrarrà dal numero, dal quale si deue fare la sottrattione, restarà vn numero, che sottratto dal medesimo numero, lasciarà il resto proposto. Come nella prima questione, se si leuarà 26. da 87. rimarrà 61. Se adunque si leuarà 61. da 87. rimarrà 26. Et nella seconda questione, se si leuarà $\frac{2}{7}$. da $\frac{8}{13}$. rimarrà $\frac{30}{91}$. la qual minutia se si sottrarrà da $\frac{8}{13}$. rimarrà $\frac{2}{7}$.

Come si troui vn numero, che con qualunque altro proposto faccia vn'altro numero proposto.

3. A qual numero si deue aggiongere 38. ouero qual numero si deue aggiongere à 38. acciò la somma sia 83? Et à qual numero s'ha d'aggiongere $4\frac{8}{9}$. ouero qual numero s'ha da sommare con $4\frac{8}{9}$. acciò si componga il numero $20\frac{1}{2}$? Le questioni di questa sorte si risoluono similmente per la sottrattione. Perche se dal numero, che si deue comporre, si leuarà il numero proposto, che si deue aggiongere, restarà vn numero, al quale se s'aggiongerà il numero dato, che si deue aggiongere, farassi il nume-

ro dato. Come nella prima questione, leuando 38. da 83. riman 45. Adunque à questo numero s'hanno da aggiongere 38. acciò si faccia il numero 83. Et nell'altra questione, sottraendo 4 $\frac{8}{9}$. da 20 $\frac{1}{2}$. resta il numero 15 $\frac{11}{18}$. al quale se s'aggiongerà 4 $\frac{8}{9}$. si farà il numero 20 $\frac{1}{2}$.

Come si troui la differenza, ouero l'eccesso, tra due proposti numeri.

4. CHE differenza, ouero eccesso è tra 100. & 349? Et tra 6 $\frac{1}{2}$. & 20 $\frac{3}{4}$? Queste questioni ancora si sciogliono per la sottrattione. Perche se il minor numero si leuarà dal maggiore, restarà la differenza, ouero eccesso, che si cerca. Come nella prima questione, leuando 100. da 349. rimangono 249. Et tanto è l'eccesso, ouero la differenza tra 100. & 349. Et nell'altra questione, leuando 6 $\frac{1}{2}$. da 20 $\frac{3}{4}$. restano 14 $\frac{1}{4}$. In questo numero adunque il numero 20 $\frac{3}{4}$. eccede il numero 6 $\frac{1}{2}$.

Come si troui vn numero, che partendolo per qualunque numero proposto, si facci vn Quotiente, qual si voglia proposto.

5. CHE numero è diuiso, ò s'ha da diuidere per 9. acciò il Quotiente sia 34? Et che numero è stato diuiso, ouero s'ha da diuidere per 4 $\frac{1}{3}$. acciò il Quotiente sia $\frac{1}{2}$? Tali questioni si spediscono per la moltiplicatione. Perche se si moltiplicarà il dato partitore per il Quotiente proposto, si produrrà il numero diuiso, ò che s'ha da diuidere, cioè quello, che si cerca. Come nella prima questione, moltiplicando 9. per 34. si fa il numero 306. il quale partito per 9. farà il Quotiente 34. Et nella seconda questione se si moltiplicarà 4 $\frac{1}{3}$. per $\frac{1}{2}$. si produrrà il numero 2 $\frac{1}{6}$. che partito per 4 $\frac{1}{3}$. farà il Quotiente $\frac{1}{2}$.

Come si troui qual si voglia parte data, ò parti di qualunque numero proposto.

6. DAMMI $\frac{3}{5}$. di 30. Di piu, dammi $\frac{1}{2}$. di 4 $\frac{5}{7}$. Ouero dimmi, qual numero contiene $\frac{3}{5}$. di questo numero 30? Et che numero sarà, ò darà $\frac{1}{2}$. di questo numero 4 $\frac{5}{7}$? La moltiplicatione risolue similmente queste questioni. Perche se li dati due numeri tra di loro si moltiplicarãno, si produrrà il numero, che si cerca. Come perche nella prima questione dalla moltiplicatione di $\frac{3}{5}$. per 30. Si produce 18. Pertanto il numero 18. sarà $\frac{3}{5}$. del numero 30. proposto: Et nell'altra questione dalla moltiplicatione di $\frac{1}{2}$. per 4 $\frac{5}{7}$. si fa il numero 2 $\frac{5}{14}$. il quale

quale è $\frac{1}{2}$. di questo numero 4 $\frac{5}{7}$.

Come si troui vn numero, per il qual partendosi qual si voglia numero dato, si facci vn Quotiente qualunque proposto.

7. PER qual numero sono partiti, ò s'hanno da partire 48. acciò il Quotiente sia 10? Et per qual numero si diuideranno $\frac{3}{7}$. acciò il Quotiente sia $\frac{2}{3}$? Con la diuisione si sodisfarà à questioni simili. Perche se il numero proposto diuiso, ò che s'ha da diuidere, si diuiderà per il dato Quotiente, nascerà da questa diuisione il numero, che si cerca. Come nella prima questione, partendosi 48. per 10. sarà il Quotiente 4 $\frac{4}{5}$. Per il quale se si diuiderà il numero dato 48. si farà il Quotiente 10. Et nell'altra questione partendosi $\frac{3}{7}$. per $\frac{2}{3}$. si farà il Quotiente $\frac{9}{14}$. per il quale se si diuiderà $\frac{3}{7}$. si produrrà il Quotiente $\frac{2}{3}$.

Come si troui vn numero, che moltiplicandolo per qual si voglia numero dato, si facci vn'altro numero qualunque proposto.

8. PER qual numero s'hanno da moltiplicare 17. ouero qual numero s'ha da moltiplicare per 17. acciò il prodotto numero sia 100? Et per qual numero deuono esser moltiplicati 3 $\frac{1}{2}$. ouero qual numero deue esser moltiplicato per 3 $\frac{1}{2}$. acciò il numero prodotto sia $\frac{1}{4}$? La diuisione parimente sodisfarà à simili questioni. Perche se partiremo il numero, che si deue produrre, per il numero, che si propone da moltiplicare, faremo il numero, che cerchiamo. Come nella prima questione, diuidendosi 100. per 17. si fa il Quotiente 5 $\frac{15}{17}$. per il quale se si moltiplicarà il dato numero 17. si produrrà il dato numero 100. Et nella seconda questione, se si diuiderà $\frac{1}{4}$. per 3 $\frac{1}{2}$. si farà il Quotiente $\frac{1}{14}$. per il quale se si moltiplicarà il dato numero 3 $\frac{1}{2}$. si produrà il dato numero $\frac{1}{4}$.

Come si trouino due numeri, che tra di loro moltiplicati producano qual si voglia numero proposto.

9. QVALI sono quei due numeri, che moltiplicati tra di loro produchino 48. ouero $\frac{1}{2}$. ouero 6 $\frac{3}{4}$? A questa sorte di questioni ancora sodisfarà la diuisione. Perche se diuideremo il numero, che deue esser prodotto, per qual si voglia numero, saranno questo numero, & il Quotiente quelli due, che si cercano. Come se si diuiderà 48. per qual si voglia numero, come per 6. si farà il Quotiente 8. Adunque quest due numeri 6. & 8. tra di loro moltiplicati

cati produrranno 48. Cosi ancora se il medesimo numero 48. si diuiderà per qual si voglia altro numero, come per 10. si farà il Quotiente $4\frac{4}{5}$. Adunque questi due numeri 10. & $4\frac{4}{5}$. tra di loro moltiplicati faranno 48. Di piu se partiremo $\frac{1}{2}$. per qual si voglia numero, come per $\frac{2}{3}$. ritrouaremo il Quotiente $\frac{3}{4}$. Adunque li due numeri, che tra loro moltiplicati faccino $\frac{1}{2}$. saranno $\frac{2}{3}$. & $\frac{3}{4}$. Per la medesima ragione se partiremo $\frac{1}{2}$. per qual si voglia altro numero, come per 8. ritrouaremo il Quotiente $\frac{1}{16}$. Li due numeri adunque cercati, che tra loro moltiplicati faccino $\frac{1}{2}$. saranno 8. & $\frac{1}{16}$. Finalmente partendosi $6\frac{3}{4}$. per qual si voglia numero, come per $3\frac{1}{2}$. si farà il Quotiente $1\frac{13}{14}$. Adunque li due numeri, che tra loro moltiplicati produchino $6\frac{3}{4}$. saranno $3\frac{1}{2}$. & $1\frac{13}{14}$.

Come si trouino due numeri, che l'vno partito per l'altro faccia qualunque Quotiente proposto.

10. Dammi due numeri, che l'vno diuiso per l'altro, il Quotiente sia 28. Et dammi similmente due numeri, che l'uno diuiso per l'altro, il Quotiente sia $\frac{5}{6}$. La moltiplicatione snoda queste questioni, & altre simili. Percioche se moltiplicarai il Quotiente proposto per qual si voglia numero, il numero prodotto sarà il numero, che s'ha da diuidere, & il Partitore sarà il numero, per il quale hai moltiplicato. Come nella prima questione, se moltiplicarai 28. per qual si voglia numero, come per 6. farai il numero 168. Questo adunque diuiso per 6. farà 28. Et nella questione seconda, se moltiplicarai $\frac{5}{6}$. per qual numero ti piace, come per $\frac{1}{2}$. produrrai $\frac{5}{12}$. che partiti per $\frac{1}{2}$. sarà il Quotiente $\frac{5}{6}$.

Come si troui vn numero, che moltiplicandolo per qualunque dato numero, & partendo il prodotto per vn'altro dato numero qual si voglia, si facci vn Quotiente qualunque proposto.

11. Per qual numero s'hanno da moltiplicare 7. ouero qual numero s'ha da moltiplicare per 7. che diuidendosi il prodotto per 8. il Quotiente sia 3? Et per qual numero deuono essere moltiplicati $\frac{2}{5}$. ouero qual numero deue essere moltiplicato per $\frac{2}{5}$. acciò partendosi il prodotto per $\frac{3}{4}$. il Quotiente sia $\frac{1}{4}$? Questa sorte di questioni si scioglie con la moltiplicatione, & diuisione. Percioche, se moltiplicarai il dato partitore per il dato Quotiente, & il numero prodotto partirai per il dato numero, per il quale s'ha da moltiplicare, ò che ha da essere moltiplicato, sarà questo numero Quotiente quello, che si cerca. Come nella prima questione, se si moltiplicarà il partitore dato 8. per il dato Quotiente 3. si produrrà il numero 24. che diuiso per il numero dato, per il quale s'ha da moltiplicare, ò il quale ha da essere moltiplicato, cioè, per 7. si farà $3\frac{3}{7}$. che è il numero, che cerchiamo. Perche se si moltiplicarà 7. per $3\frac{3}{7}$. si farà il numero 24. che partito per 8. farà il Quotiente 3. Et nella seconda questione, se il partitore dato $\frac{3}{4}$. si moltiplicarà per il dato Quotiente $\frac{1}{4}$. si farà il numero $\frac{3}{16}$. che partito per $\frac{2}{5}$. cioè, per il numero dato, per il quale s'ha da moltiplicare, ouero il quale ha da essere moltiplicato, farà $\frac{15}{32}$. che è il numero, che si cerca. Imperoche se si moltiplicaranno $\frac{2}{5}$. per $\frac{15}{32}$. si farà il numero $\frac{3}{16}$. che partito per $\frac{3}{4}$. farà il Quotiente $\frac{1}{4}$.

Come si troui, che parte sia qual si voglia numero dato rispetto di vn'altro proposto numero qualunque.

12. Che parte è il numero di questo numero 54? Et che parte è questo numero $\frac{3}{5}$. di questo numero $\frac{9}{10}$? Queste tali questioni si spediscono per la diuisione. Perche se il numero dato, che deue essere parte, si diuiderà per l'altro numero proposto, (che deue sempre essere maggiore dell'altro) mostrarà il Quotiente, che parte, ò parti sia il numero dato minore del numero maggiore proposto. Come nella prima questione. Partendosi 6. per 54. sarà il Quotiente $\frac{6}{54}$. cioè $\frac{1}{9}$. Il numero adunque 6. è vna nona parte di 54. Ma nella questione seconda, diuidendosi $\frac{3}{5}$. per $\frac{9}{10}$. sarà il Quotiente $\frac{30}{45}$. cioè $\frac{2}{3}$. Conterrà adunque il numero $\frac{3}{5}$. due terze parti del numero $\frac{9}{10}$. Et questo essere cosi, si potrà esperimentare per la sesta questione. Perche se si cercarà vn numero (per la detta 6. questione) che sia $\frac{1}{9}$. del numero 54. si ritrouerà il numero 6. Et se si cercarà, qual numero contenga $\frac{2}{3}$. del numero $\frac{9}{10}$. si ritrouerà il numero $\frac{18}{30}$. cioè $\frac{3}{5}$.

13. Questo numero 6. rispetto di quale nume-

Come ſi troui vn numero, riſpetto del quale il propoſto numero qualunque ſia qual ſi voglia parte propoſta.

numero ſarà vna nona parte? Et il numero $\frac{3}{5}$. riſpetto di qual numero ſarà due terze parti? La diuiſione ſcioglie tali queſtioni. Perche ſe il numero dato ſi diuiderà per la minutia, che rappreſenta la propoſta parte, ouero parti, il Quotiente darà il numero, che ſi cerca. Come nella prima queſtione, partendoſi 6. per $\frac{1}{9}$. ſi farà il Quotiente 54. Il numero 6. adunque ſarà la nona parte riſpetto del numero 54. Et nell'altra queſtione, partendoſi $\frac{3}{5}$. per $\frac{2}{3}$. ſi farà il Quotiente $\frac{9}{10}$. Adunque riſpetto di queſto numero $\frac{9}{10}$. queſto numero $\frac{3}{5}$. ſarà due terze parti.

Come ſi troui quante parti di qual ſi voglia ſorte ſi contengono in qualunque numero propoſto.

14. QVESTO numero 7. quante ottaue parti contiene di vn intiero? Et queſto numero $\frac{3}{4}$. quante duodecime parti contiene di vn'intiero? Et queſto $\frac{3}{7}$. quante ottaue parti abbraccia? La moltiplicatione ſcioglie le queſtioni di queſta ſorte. Perche ſe il dato numero ſi moltiplicarà per il Denominatore delle parti, che ſi cercano, darà il prodotto numero il numero delle parti, che ſi cerca. Come nella prima queſtione, moltiplicando 7. per 8. ſi fa 56. Adunque il numero 7. conterrà 56. ottaue. Et nella ſeconda queſtione, moltiplicando $\frac{3}{4}$. per 12. ſi produce il numero 9. Il numero adunque $\frac{3}{4}$. abbracciarà noue duodecime. Nella terza queſtione finalmente moltiplicando $\frac{3}{7}$. per 8. ſi fa il numero $\frac{24}{7}$. cioè $3\frac{3}{7}$. Adunque il numero $\frac{3}{7}$. contiene tre ottaue, & $\frac{3}{7}$. di vna ottaua. Et che coſi ſia, è coſa manifeſta. Perche ſe $\frac{3}{7}$. $\frac{1}{8}$. cioè $\frac{3}{56}$. & $\frac{3}{8}$, ſi raccorranno in vna ſomma, ſi ritrouaranno $\frac{3}{7}$. Onde ſeguita, che $\frac{3}{7}$. contengono $\frac{3}{8}$. & $\frac{3}{7}$. $\frac{1}{8}$.

REGO-

REGOLA DEL TRE CHE CON ALTRO NOME SVOL ESSERE CHIAMATA REGOLA AVREA, ouero *REGOLA DELLE PROportioni. Cap. XVII.*

FIN qui da noi ſono ſtati poſti gli fondamenti neceſſarij dell'Aritmetica; hora ſeguono varie regole, nelle quali ſi ſcuopre il marauiglioſo vſo di quelli, non ſolo alli Matematici, ma ancora à mercanti, anzi à ciaſcun'huomo priuato, ſe nelli trafichi, & conuentioni non vuole eſſere ingannato, ò ingannare altrui (che quello ſarebbe vergogna, & queſto iniquità) molto vtili, & neceſſarij. Et nel primo luogo mi ſi rappreſenta quella regola non mai à baſtanza lodata, che per la grand'vtilità, ſi ſuol chiamare Aurea, ouero regola delle proportioni, perche tutta conſiſte in trattare quattro numeri proportionali, delli quali li primi tre ſono conoſciuti, ma il quarto incognito ſi cerca; per il che appreſſo il volgo è nominata Regola del tre: per amor che pone tre numeri conoſciuti, & da queſti ne caua il quarto incognito. La prattica di queſta regola delle proportioni, ò del tre, è queſta.

Regola aurea, ouero delle proportioni, ouero Regola del tre perche ſi chiami coſi.

DISPOSTI li tre numeri conoſciuti in tal maniera, che quello, che ha il queſito attaccato, (perche ſempre vno di quelli porta cō ſeco la queſtione, ſi come nelli eſſempi ſarà manifeſto.) ſi pōga nel terzo luogo, & quello delli altri due, che è della medeſima coſa, cioè, che è ſimile al terzo, (Gli eſſempi dichiararanno, in che conſiſta queſta ſimilitudine) habbia il primo luogo, & l'altro tenga il luogo di mezo, al quale il quarto, che ſi cerca, deue eſſer ſimile. Acconciati dico, i numeri in queſto

Li numeri nella regola del tre in che modo ſi deuono diſporre.

In che modo per la regola del tre ſi cerchi il quarto numero incognito.

modo

modo, si moltiplichino il terzo, & quello di mezo tra di loro, & il numero prodotto si partisca per il primo. Perche il numero Quotiente sarà il quarto, quale si cercaua, & sodisfarà alla questione proposta: cioè, il terzo numero hauerà à quello la medesima proportione, che il primo ha al secondo.

Essempio.

CON quattro scudi si comprano 12. lib. di pepe, si dimanda, quante libre se ne possano comprare con 20. scudi. Qui tu vedi, che li 20. scudi hanno attaccata la questione, perche di quelli si cerca, quante libre, ci possino dare: Al qual numero è simile il numero di 4. scudi. Perche si come con 4. scudi si sono compre 12. libre, cosi con 20. scudi s'hanno da comprare altre libre, di modo che l'vno & l'altro numero è prezzo: Ma le 12. libre di pepe sono mercantie. Cosi adunque starà l'essempio.

Scudi	Libre.	Scudi		Libre
4.	12.	20?	fanno	60.

Moltiplicando tra di loro il secondo, & il terzo numero, & partendo il prodotto 240. per il primo, ritrouaremo libre 60. per il quarto numero, che si cercaua. Doue tu vedi, che si come il primo numero 4. è la terza parte del secōdo numero 12. cosi il numero terzo 20. è la terza parte del numero 60. ritrouato.

Vn'altro essempio.

IO spendo 60. scudi in 5. mesi, dimando in quanti mesi spenderò 132. scudi? Qui ancora tu vedi, la questione farsi delli 132. scudi, & à questo numero essere simile quello di 60. scudi. Cosi adunque starà l'essempio.

Scudi	Mesi.	Scudi		Mesi.
60.	5.	132?	fanno	11.

Mol-

Moltiplicando il secondo, & terzo numero tra di loro, & partendo il prodotto numero 660. per il primo, ritrouaremo 11. mesi, nelli quali spenderò 132. scudi. Doue ancora tu vedi, che il terzo numero 132. contiene dodici volte il numero quarto 11. ritrouato, si come il primo 60. contiene il secondo 5. dodici volte.

Dimostratione della regola del tre.

LA dimostratione di questa regola è questa. Perche la medesima proportione deue essere del primo numero al secondo, che del terzo al quarto ritrouato, come è stato detto, & nelli essempi proposti si vede; è necessario, per la propos. 19. del libro 7. di Eucl. che si produca il medesimo numero dalla moltiplicatione del primo numero per il quarto, che dalla moltiplicatione del secondo per il terzo si fa. Quando adunque il numero prodotto dal secondo, per il terzo si diuiderà per il primo, acciò il quarto si ritroui, si come la regola del tre comanda, seguita, che'l primo numero moltiplicato per il Quotiente, cioè per il quarto numero ritrouato, produca il medesimo numero, che è stato diuiso, cioè quello, che dal secondo per il terzo fu prodotto. Peroche qualūque numero diuiso per qual si voglia altro numero, se il partitore si moltilpicarà per il Quotiente, necessariamente di nuouo il numero, che fu diuiso, si rifarà, come nella terza proua della diuisione de i numeri intieri nel cap. 5. è stato detto. Et il medesimo ancora si fa manifesto per la definitione della Diuisione, & Moltiplicatione. Il che dichiararemo con questo essempio. Diuidasi il numero 12. per 4. & si faccia il Quotiente 3. cioè quello, che per la definitione della Diuisione data nel cap. 5. contenga tante vnità, quante volte il numero 12. che è diuiso, contiene il partitore 4. Dico che se moltiplicaremo il partitore 4. per il Quotiente 3. necessariamente di nuouo si produrrà il numero 12. che è diuiso. Perche essendo, che per la definitione data della Moltiplicatione nel cap. 4. si deue produrre vn numero 3 che tante volte contenga il partitore 4.

Vn numero partito per vn'altro, se il partitore si moltiplicarà per il Quotiente, perche causa di nuouo si produca il numero partito.

che

che è vno de i numeri moltiplicanti, quante volte il Quotiente 3. che è l'altro numero, che moltiplica, contiene l'unità; & essendo, che il numero 12. che fu diuiso, contenga tante volte il partitore 4. quante volte il numero Quotiente 3. rinchiude l'vnità, si come è stato detto; chiara cosa è, che dalla detta moltiplicatione del partitore 4. per il Quotiente 3. si produrrà il numero 12. che è diuiso. La medesima ragione è in tutti l'altri numeri. Le quali cose essendo cosi, sarà per forza il numero Quotiente, per la regola del tre ritrouato, il quarto numerò proportionale, che si cerca, come è manifesto per la detta propos. 19. del libro 7. di Euclide; poiche il medesimo numero si produce dal primo numero per il quarto, che dal secondo per il terzo, come hauiamo detto.

La proua della regola del tre.

DA quello, che adesso scritto hauiamo, facilmente si raccoglie, in che modo si possi fare la proua della regola del tre. Perche se il medesimo numero si produrrà dal primo numero moltiplicato per il quarto ritrouato, che dal secōdo moltiplicato per il terzo, nō è da dubitare, che sia stato bene ritrouato il quarto numero proportionale. Ma se non si farà il medesimo numero, bisognerà rifare l'operatione.

Vn'altra proua della regola del tre.

E nondimeno vsata da molti vn'altra maniera di prouare la regola del tre, che è questa. Pongasi il primo numero nel terzo luogo, & il terzo nel primo, & il quarto ritrouato nel mezo. Percioche se secondo il precetto della regola del tre, si trouarà in questo modo il quarto numero, che prima era il secondo, sarà stata bene sciolta la questione proposta. Il primo essempio detto di sopra starà in questo modo per fare la proua.

Scudi	Libre.	Scudi		Libre
20.	60.	4?	fanno	12.

Imperoche se è vero, che con venti scudi si comprano 60. libre, per amor che con 4. scudi sono state compre libre 12. seguita necessariamente, che all'incontro con 4. scudi si comprino libre 12. per amor che con 20. scudi si comprano libre 60.

Varij compendij della regola del tre.

QVALCHE volta per fare piu facile l'operatione, si possano due numeri delli tre dati, come il primo & il secondo, ouero il primo & il terzo, ridurre à minori. Il che si farà, se tanto il primo, quanto il secondo, ouero tanto il primo, quanto il terzo, si diuiderà per alcuna commune misura conosciuta dell'vno & dell'altro, ò che ella sia la massima, ò non, & in luogo di quelli si ponghino li Quotienti. Come in questo essempio.

4. 12. 20? *fanno* 60.

Perche il numero 4. misura il primo, & il secondo, se partendo l'vno & l'altro per 4. si porranno li Quotienti 1. & 3. in luogo d'essi, cosi starà l'essempio.

1. 3. 20? *fanno* 60.

Di piu perche nel medesimo essempio il medesimo numero 4. numera il primo, & il terzo, se partendo l'vno & l'altro per 4. si piglino in cambio loro li Quotienti 1. & 5. cosi starà il medesimo essempio.

1. 12. 5? *fanno* 60.

In oltre in questo seguente essempio.

36. 48. 63? *fanno* 84.

Perche il numero 12. misura il primo, & il secondo, se partendo l'vno & l'altro per 12. li Quotienti 3. & 4. in luogo di quelli si ponghino, cosi starà l'essempio.

3. 4. 63? *fanno* 84.

Cosi perche il numero 9. misura il primo, & il terzo nel medesimo essempio, se partendo l'uno & l'altro per 9. & in luogo di quelli nella regola si ponghino li Quotienti 4. & 7. cosi starà l'essempio.

4. 48. 7. *fanno.* 84.

In questo modo ancora la questione proposta si scioglierà. Diuidasi il secondo numero per il primo, & il terzo si moltiplichi per il Quotiente; ouero si diuida il terzo per il primo, & per il Quotiente si moltiplichi quello di mezo. Perche nell'vno & l'altro modo il numero prodotto sarà il quarto proportionale, che si cerca. Come in questo essempio.

60. 360. 132. *fanno* 792.

Partendo il secõdo numero per il primo, si fa il Quotiente 6. per il quale se si moltiplicarà il terzo numero, prouerrà il quarto 792. come se secondo il precetto della regola del tre hauessi operato. Di piu partendo il terzo numero per il primo, si fa il Quotiente $2\frac{12}{60}$. cioè $2\frac{1}{5}$. ouero $\frac{11}{5}$. per il quale se si moltiplicarà il secondo, si produrrà il medesimo quarto 792.

Varie proue della regola del tre.

Da questo bene inteso potrai in varij modi far proua, se per la regola del tre sia ben ritrouato il quarto numero, ò non. Peroche, se per queste varie operationi trouarai sempre il medesimo quarto numero, grande argomento sarà, che l'operatione sia stata ben fatta.

La dimostratione delli compendij della regola del tre.

Ma se alcuno dimandarà, come possi essere, che per tante vie sempre perueniamo al medesimo scopo, sappia che tutta la causa di questo dipende dalle proportioni. Peroche essendo che la medesima proportione deui essere tra il primo numero & il secondo, che tra il terzo & il quarto, seguita che ancora, per la proportione permutata, sia la medesima proportione tra il primo & il terzo, che tra il secondo & il quarto; & ancora, per la proportione conuersa, la medesima tra il secondo & il primo, che tra il quarto & il terzo; & di piu la medesima tra il terzo & il primo, che tra il quarto & il secondo. Essendo adunque sempre la medesima proportione tra li Quotienti de i due numeri partiti per vn medesimo numero, che tra essi numeri, è cosa manifesta, se si diuiderà tanto il primo numero, quanto il secondo, ouero tanto il primo, quanto il terzo, per alcuna medesima commune misura, & in luogo d'essi numeri si riporranno li Quotienti, che sarà ancora la medesima proportione tra li Quotienti del primo & secondo numero, che è tra il terzo numero & il quarto; & cosi ancora la medesima proportione tra li Quotienti del primo & terzo numero, che è tra il secondo numero, & il quarto. Similmente perche diuidendosi qual si voglia numero per vn'altro numero, si produce il Denominatore della proportione, che ha il numero diuiso al partitore, & il Denominatore moltiplicando qual si voglia altro numero produce vn numero, che ha la proportione al numero moltiplicato denominata dal detto Denominatore; si fa chiaro, che diuidendosi il secondo, ouero il terzo numero per il primo, il Quotiente sia il Denominatore della proportione del secondo, ouero del terzo numero al primo. Onde, se per questo Quotiente si moltiplicarà il terzo numero, ouero il secondo, si produrrà il quarto, cioè quello che hauerà la medesima proportione al terzo, che ha il secondo al primo; ouero la medesima al secondo, che ha il terzo al primo.

Alcune questioni con le quali si dichiarano varie difficultà della regola del tre.

Ma perche spesso le questioni, che s'hanno da sciorre per la regola del tre, si propongono con ordine confuso, & alle volte ancora si ritrouano in vn numero diuerse monete, misure, ò pesi, finalmente non di rado auuiene, che il primo numero sia dissimile al terzo; di maniera, che facilmente, chi è poco prattico nelle cose Aritmetiche, possa inciampare, & restare dubbioso, & impedito; esplicaremo per via di alcune questioni varie difficultà, che possono

sono in questo negotio accadere, cominciádo da qui.

Questione 1.

1. QVANTO vale vna libra di pepe, se 60. libre sono state compre per 20. scudi? In questa questione li numeri sono posti confusaméte, & fuor dell'ordine. Perche 1. libra, della quale nel primo luogo si fa mentione, ha la questione annessa, & per questo deue stare nel terzo luogo; & il numero di 60. libre nel primo, per essere simile al numero di 1. libra: si che con debito ordine douerebbe essere proposta la questione in questo modo. Libre 60. di pepe vagliono 20. scudi. Adunque 1. libra quanto costarà? si come si vede in questo essempio.

Libre	Scudi.	Libra		Scudi.
60.	20.	1?	*costarà*	$\frac{20}{60}$. *ouero* $\frac{1}{3}$.

Et ritrouarai (se moltiplicarai il secondo numero per il terzo, & il prodotto 20. partirai per il primo) la valuta di 1. libra essere $\frac{20}{60}$. ouero $\frac{1}{3}$. d'vn scudo. Perche quando il minor numero si diuide per il maggiore, si fa vn rotto, il Numeratore del quale è il numero, che si diuide, & il Denominatore è il partitore, come nel cap. 5. & 6. hauemo detto. Ma si ridurrà qual tu vuoi di queste due minutie, come dire la prima, à baiocchi in questo modo. Moltiplichisi il Numeratore 20. per 100. (perche 100. baiocchi fanno vn scudo) & il numero prodotto 2000. diuidasi per il Denominatore 60. Percioche il Quotiente darà baiocchi $33\frac{20}{60}$. ouero $33\frac{1}{3}$. Tanto à ponto haueresti ritrouato, se il Numeratore dell'altra minutia $\frac{1}{3}$. hauessi moltiplicato per 100. & il prodotto hauessi partito per il Denominatore 3. Ma se tu vorrai rdurre $\frac{1}{3}$. d'un baiocco à quattrini, moltiplicarai il Numeratore 1. per 4. (che tanti quattrini fanno vn baiocco) & il prodotto partirai per il Denominatore 3. e ritrouarai quattrini $1\frac{1}{3}$. & così 1. libra costarà baiocchi 33. & quattrini $1\frac{1}{3}$.

Questione 2.

2. SE libre $10\frac{2}{5}$. & oncie $7\frac{1}{2}$. di cera bianca costano scudi 2. & giulij 6. quanta cera si comprarà con 90. baiocchi? L'essempio starà così.

Scudi

Scudi.	giulij.	libre	oncie	Baiocchi		oncie
2.	6.	$10\frac{2}{5}$.	$7\frac{1}{2}$.	90?	*fanno*	$45\frac{207}{260}$.

Che s'habbia da fare quando ci interuengono diuerse monete, pesi, misure, & numeri rotti.

Ma perche nel primo numero & terzo si contengono diuerse monete, se douranno ridurre tutte alla minima moneta iui spressa, come dire à baiocchi; & saranno nel primo numero baiocchi 260. Di piu perche nel secondo numero si ritrouano diuersi pesi, si douranno ancora ridurre al minimo iui espresso, come dire à oncie, delle quali 12. fanno vna libra. Et saranno in libre $10\frac{2}{5}$. oncie $124\frac{4}{5}$. alle quali se aggiongerai oncie $7\frac{1}{2}$. farai oncie $132\frac{3}{10}$. In che modo s'habbiano à moltiplicare, ò diuidere tra di loro li rotti, ò ch'essi stiano soli, ò attaccati, à numeri intieri, l'habbiamo già mostrato nel cap. 13. & 14. Si che l'essempio ridotto starà così.

Baioc.	oncie	Baioc.		oncie.
260.	$132\frac{3}{10}$.	90?	*fanno*	$45\frac{207}{260}$.

MA è da notare in questo luogo, che la minutia prodotta dalla moltiplicatione del numero di mezo per il terzo, ancorche il suo Numeratore sia maggiore del Denominatore, non si deue ridurre ad intieri, fino à tanto, che non sia finita la diuisione, acciò non s'impedisca l'operatione. Onde perche nel prossimo essempio la moltiplicatione del numero di mezo per il terzo fa $\frac{119070}{10}$. s'hauerà da diuidere questa minutia per il primo numero, auanti che si riduca ad intieri; la quale diuisione darà questa minutia $\frac{119070}{2600}$. che contiene oncie $45\frac{207}{260}$.

Questione 3.

3. QVANTO costaranno $\frac{7}{8}$. di vn braccio di panno, se con $\frac{3}{4}$. di vn scudo alcuno n'hauerà compro $\frac{1}{3}$. d'vn braccio? Così starà l'essempio.

Bracci	Scudi.	Bracci		Scudi.
$\frac{1}{3}$.	$\frac{3}{4}$.	$\frac{7}{8}$?	*fanno*	$1\frac{31}{32}$.

La moltiplicatione del numero di mezo per il terzo

I 5 fa la

fa la minutia $\frac{2}{3}\frac{1}{2}$. la quale diuisa che sarà per il primo numero, si ritrouarà questa minutia $\frac{6}{3}\frac{3}{2}$. d'vn scudo, che fa scudi $1\ \frac{3}{3}\frac{1}{2}$. Ma ridotta questa minutia $\frac{3}{3}\frac{1}{2}$. di vno scudo à giulij, baiocchi, & quattrini, darà giulij 9. baiocchi 6. quattrini $3\frac{1}{2}$.

Questione 4. 4. Vno scolaro volendo studiare 6. anni in vna vniuersità, s'accorse di hauer speso in 7. mesi, & 13. giorni scudi 200. giulij 7. baiocchi $8\frac{2}{7}$. si domanda adunque, di quanti denari hauerà di bisogno. Cosi starà l'essempio.

Mesi.	Gior.	Scu.	Giul.	Baioc.	Anni.		Scudi.	Baioc.
7.	13.	200.	7.	$8\frac{2}{7}$.	6?	fanno	1956.	$7\frac{1}{1}\frac{1}{5}\frac{9}{7}\frac{1}{5}$.

Qui nel primo numero gli mesi, & nel terzo gl'anni s'hanno da ridurre à giorni. Et à far questo, bisogna considerare, che mesi quelli siano, perche non tutti li mesi hanno il medesimo numero di giorni. Percioche se porremo li primi 7. mesi, incominciando da Gennaro, conterranno li detti 7. mesi nell'anno commune giorni 212. come qui vedi. (Ma nell'anno bissestile 213. atteso che alhora il Febraro ha giorni 29.) aggiongendo li 13. giorni si faranno giorni 225. Da poi si deue considerare quanti anni bissestili si contengano in detti 6. anni. Percioche per ogni anno bissestile si deue aggiongere 1. giorno à giorni 365. d'vn anno commune. Onde se noi porremo, che si contenghino due anni bissestili moltiplicaremo 6. anni per 365. giorni, & al prodotto numero aggiongeremo 2. acciò si faccino giorni 2192. Similmente nel numero di mezo s'hanno da ridurre li scudi, & giulij à baiocchi, li quali saranno in tutto $20078\frac{2}{7}$. tal che l'essempio ridotto stia cosi.

Genn.	31
Febr.	28
Mar.	31
Apr.	30
Mag.	31
Giug.	30
Lug.	31
	212
	13
	225

Gior.

Gior.	Baiocc.	Gior.		Baiocchi.
225.	$20078\frac{2}{7}$.	2192?	fanno	$195607\frac{1}{1}\frac{1}{5}\frac{9}{7}\frac{1}{5}$.

Vltimamente s'haurà da ridurre il quarto numero ritrouato di baiocchi à scudi & giulij. Et trouarai tutti quelli baiocchi fare scudi 1956. giulij 0. baiocchi $7\frac{1}{1}\frac{1}{5}\frac{9}{7}\frac{1}{5}$. Tanti danari saranno necessarij à quel scolaro in quelli 6. anni, delli quali due ne siano bissestili.

Al medesimo modo doppo l'operatione sempre s'ha da ridurre la moneta del quarto numero alla maggiore, se si può. Cosi ancora li pesi, ouero misure à maggiori pesi, ouero misure; come l'oncie à libre; li palmi, ouero piedi à passi; & li passi à miglia.

5. Vno ha fatto in 7. giorni miglia 210. Domando in quanti giorni farà miglia 1600. caminando ogni giorno senza scemare, ò accrescere il corso. Cosi starà l'essempio. Questione

Miglia	Gior.	Miglia		Gior.
210.	7.	1600?	fanno	$53\frac{7}{2}\frac{0}{1}\frac{}{0}$.

Questo rotto $\frac{7}{2}\frac{0}{1}\frac{}{0}$. d'vn giorno nel quarto numero, se moltiplicaremo il Numeratore per 24. & il numero prodotto diuideremo per il Denominatore, si ridurrà à hore 8.

6. Se vn campo di 400. passi quadrati è stato comprato per scudi 100. giulij 7. baiocchi 8. quanto costarà vn campo di 1000. passi quadrati, & 4. piedi quadrati, & 3. palmi quadrati? Cosi starà l'essempio. Questione 6.

Passi.	Scudi.	Giul.	Baioc.	Passi.	Piedi.	Palm.
400.	100.	7.	8.	1000.	4.	3?

fanno Baioc. $25199\frac{1}{8}\frac{7}{0}\frac{6}{0}\frac{1}{0}\frac{3}{0}$.

Ridotti li scudi & li giulij del secondo numero à Baiocc. & li passi, & li piedi del terzo numero à palmi, dando 16. palmi quadrati à vn piede quadrato, & 25.

 piedi

piedi quadrati à vn passo quadrato; & ridotti li passi del primo numero ancora à palmi, dādo à vn passo quadrato 400. palmi quadrati, cosi starà l'essempio.

Palmi	Baiocc.	Palmi		Baiocc.
160000.	10078.	400067?	fanno	$25199\frac{17613}{80000}$

Il quarto numero de baiocc. contiene scudi 251. giul. 9. baiocc. $9\frac{17613}{80000}$.

Questione 7. 7. In vna fiera con 44. scudi sono state compre 52. braccia di vna certa sorte di pāno. Quanto adunque costaranno 260. braccia del medesimo panno? Cosi starà l'essempio.

Bracc.	Scudi.	Bracc.		Scudi.
52.	44.	260?	fanno	220.

Questione 8. 8. Vno ha compro 52. braccia di panno per 44. scudi. Quante braccia adunque comprarà con 220. scudi? L'essempio starà cosi.

Scudi.	Bracc.	Scudi.		Bracc.
44.	52.	220?	fanno	260.

Questione 9. 9. Vno ha compro cō certa somma di danari 52. braccia di panno, & per il medesimo prezzo ha compro di poi 260. braccia di panno, le quali costorno scudi 220. Quanto adunque spese da prima? L'essempio s'ordinarà di questo modo.

Bracc.	Scudi.	Bracc.		Scudi.
260.	220.	52?	fanno	44.

Questione 10. 10. Comprò vno con 44. scudi alcune braccia di panno, & il medesimo prezzo vn'altro di poi con 220. scudi ne comprò 260. braccia. Quante braccia adunque ne comprò il primo? Cosi starà l'essempio.

Scudi.	Bracc.	Scudi.		Bracc.
220.	260.	44?	fanno	52.

Ho

Ho posto questi quattro vltimi essempi, nelli quali li medesimi quattro numeri della regola del tre in varij modi tra di loro scambiano i luoghi, di maniera che ogniuno di quelli, come incognito, da gl'altri tre numeri conosciuti si ritroui; affin che tu intendi, in che modo ti debbi gouernare nell'altre questioni simili à queste.

REGOLA DEL TRE, CHE CHIAMANO *Euersa*, *ouero voltata all'indietro*. *Cap. XVIII.*

Havemo detto, ne i quattro numeri della regola del tre essere la medesima proportione del primo al secondo, che è del terzo al quarto: & conseguentemente, (come dalla prop. 14. del libro 5. di Eucl. si caua) se il primo è maggiore, ò minore del terzo, il secondo parimente essere maggiore, ò minore del quarto. Il che in tutti li essempi proposti fin qui può esser manifesto. Hora suole accadere alle volte, che quanto è maggiore il primo del terzo, tanto debba essere minore il secondo del quarto; & quanto è minore il primo del terzo, tanto debbia essere maggiore il secondo del quarto. Per il che allhora si dourà tenere strada contraria di quella, che già nella regola del tre insegnato habbiamo; cioè si dourà moltiplicare il primo numero per il secondo, & il numero prodotto diuidere per il terzo. Ma quando questa regola del tre voltata all'indietro (che cosi la chiamano) si debba vsare, la ragione naturale facilmente ce n'insegnarà, & manifestamente da li seguenti essempi si può conoscere, delli quali il primo sia questo.

Per la regola del tre voltata all'indietro in che modo se ne caui il quarto numero.

Questione 1. 1. Si compra da vno, per fare vna veste, 9. braccia di panno, la larghezza del quale è di 3. palmi. Quante braccia adunque, per fare la medesima veste, ouero vn'altra simile, bisognarà comprarne d'vn'altro panno, la larghezza del quale sia di 2. palmi? Perche la questione è del panno, che ha la larghezza di za di 2. palmi, così starà l'essempio:

Palmi di largh.	Brac.	Palmi di largh.		Brac.
3.	9.	2?	fanno	$13\frac{1}{2}$.

Qui tu vedi chiaramente, che quanto è piu stretto il secondo panno, tanto piu Brac. sono necessarie. Per la qual cosa, ancorche il primo numero sia maggiore del terzo, nondimeno non per questo il secondo numero deue ancora essere maggiore del quarto, ma minore; di modo che la medesima proportione, che ha il terzo al primo, habbia il secondo al quarto. Di qui è, che il primo si deue moltiplicare per il secondo, & diuidere il numero prodotto per il terzo: perche acciò si serui la debita proportione, il terzo numero deue tenere il primo luogo nella regola del tre, ouero delle proportioni, si come è stato detto, & qui si vede.

Palmi di largh.	Palmi di largh.	Brac.		Brac.
2.	3.	9?	fanno	$13\frac{1}{2}$.

Questione 2. 2. Vno pigliò in presto da vn'altro scudi 4000. per 3. anni, li quali quando li restituì, non ne volse pigliare frutto veruno, ma lo richiese solamente, che all'incontro gl'imprestasse ancora danari. Gli diede adunque in presto 7480. scudi. Quanto tempo adunque costui deue ritenere questi danari, acciò venga sodisfatto del seruitio fatto di 4000. scudi, che gli haueua prestati? Perche il numero de 7480. scudi porta seco la questione, si douranno disporre li numeri in questo modo.

Scudi	Anni.	Scudi		Anni.	Gior.	Hore.
4000.	3.	7480?	fanno	1.	220.	$13\frac{}{1}\frac{8}{8}\frac{9}{7}$.

Ancora qui è cosa chiara, douersi maggior frutto à scudi 7480. che à scudi 4000. in tempo vguale: & per questo esser di bisogno di manco tempo, che 3. anni, per guadagnare il medesimo frutto, che si deue à 4000. scudi in 3. anni. Onde, ancorche il primo

mo numero sia minore che il terzo, non però sarà il secondo minore che'l quarto, ma maggiore; in tal modo, che il terzo al primo habbia la medesima proportione, che'l secondo ha al quarto. Onde è, che si dourà moltiplicare il primo per il secondo, & il numero prodotto diuidere per il terzo. Perche à seruare la debita proportione, il terzo numero deue tenere il primo luogo nella regola del tre, ouero delle proportioni, si come è stato detto, & qui è manifesto.

Scudi	Scudi.	Anni.		Anni.	Gior.	Hore.
7480.	4000.	3?	fanno	1.	220.	$13\frac{}{1}\frac{8}{8}\frac{9}{7}$.

3. Qvando vna misura di grano si compra à 6. scudi, il pane compro per vn Baiocco, secondo l'ordine di alcuna città, ha di peso oncie 10. Hor se la medesima misura di grano si compra à 4. scudi, ouero à 8. quanto deue essere il peso del medesimo pane? Così staranno l'essempi. Questione 3.

Scudi.	oncie.	Scudi.		Oncie.
6.	10.	4?	fanno	15.
6.	10.	8?	fanno	$7\frac{1}{2}$.

La ragione stessa detta, che quanto il grano è à piu buon mercato, tanto piu debbia pesare il pane, & quanto il grano è piu caro, tanto mãco il pane d'vn medesimo prezzo debbia pesare. Imperoche tal proportione deue essere di 4. scudi à 6. ouero de 8. à 6. quale è del peso di 10. oncie al peso incognito, che si cerca. Onde secondo la regola del tre, ò delle proportioni, così s'hauerebbono da disporre i numeri.

Scudi.	Scudi.	Oncie.		Oncie.
4.	6.	10?	fanno	15.
8.	6.	10?	fanno	$7\frac{1}{2}$.

TREN-

Questione 4.

4. Trenta lauorãti fanno vn'opera in 4. anni. In quanto tempo adunque finiranno la medesima 50. lauoranti, ouero 20? Ouero quanti lauoranti la finiranno in 2. anni, & giorni 146? Ouero in anni 4. & giorni 292? Questo essempio in quattro modi proposto così starà, ridotti prima li anni à giorni nelli vltimi due essempi.

Lauor.	Anni.	Lauor.		Anni.	Gior.
30.	4.	50?	fanno	2.	146.
30.	4.	20?	fanno	6.	0.
Gior.	Lauor.	Gior.		Lauor.	
1460.	30.	876?	fanno	50.	
1460.	30.	1752?	fanno	25.	

Perche quanto piu sono lauoranti, tãto manco tempo bisogna, & quanto manco sono, tanto piu tempo ci vuole. Così ancora, quanto manco tempo è, tanto piu lauoranti bisogna, & quanto è piu tempo, tanto meno lauoranti. Adunque secondo la regola del tre, ò delle proportioni, così si porrebbono li numeri.

Lauor.	Lauor.	Anni.		Anni.	Gior.
50.	30.	4?	fanno	2.	146.
20.	30.	4?	fanno	6.	0.
Giorni.	Gior.	Lauor.		Lauor.	
876.	1460.	30?	fanno	50.	
1752.	1460.	30?	fanno	25.	

Questione 5.

5. Vno essercito assediato, nel quale sono 8500. soldati, ha da viuere per 11. mesi, ma non ci è speranza alcuna di liberarsi dall'assedio, ne d'hauere soc-

corso,

corso, se non doppo 25. mesi. Quanti soldati adunque si deuono ritenere, acciò li basti il vitto per 25. mesi? Così si douranno assettare li numeri.

Mesi.	Soldati.	Mesi.		Soldati.
11.	8500.	25?	fanno	3740.

Si douranno adunque ritenere 3740. soldati, perche à tanti bastarà il vitto per 25. mesi. Onde si douranno cassare 4760. & mandarli via.

REGOLA DEL TRE COMPOSTA. Cap. XIX.

AVVIENE che tal volta si pongano piu che tre numeri conosciuti, ma talmente, che siano sempre tre principali, & l'altri à quelli aggionti manco principali, li quali ò denotano il tempo, ò il guadagno, ò il dãno. Il che quãdo auuiene, si fa la regola del tre composta, & alhora ouero s'hauerà da fare la regola del tre due, ò tre volte; ouero s'hauerà da moltiplicare ogni numero per li numeri à quello aggionti, acciò si faccino solamente tre numeri conosciuti, per li quali se ne caui il quarto incognito; Ouero s'haurà da tentare qualche altra via. Il che dalli essempi, che seguono, sarà manifesto; nelli quali si risolueranno varie questioni intorno al guadagno, & perdita, interuenendoci ancora diuersità di tempi, & varietà di guadagno à ragione di tanto per 100.

La regola del tre composta, che cosa sia & quando si faccia.

Questione 1.

1. Sono 8. che viuono in compagnia, & ciascun di loro paga 6. scudi il mese. Quanto adunque sarà il prezzo del vitto di tutti per quattro anni? Questa questione così si proporrebbe bene. Vno il mese paga scudi 6. Quanto adunque pagaranno 8. in 4. anni, cioè in 48. mesi? Così si porranno li numeri.

Compagni.	Mese.	Scudi.	Compagni.	Mesi.
1.	1.	6.	8.	48?

fanno 2304. Scudi.

Doue tu vedi, che'l primo numero d'vn cõpagno ha aggion-

aggionto vn mese, & il terzo di 8. compagni ne ha aggionti 48. mesi. Prima adunque cosi si ordinarà la regola del 3. Se vno paga 6. scudi, quanti ne pagaranno 8? come qui si vede.

Compagno.	Scudi.	Compagni.		Scudi.
1.	6.	8?	*fanno*	48.

Pagano dunque 8. compagni in vn mese 48. scudi, quando vno ne paga 6. in vn mese. Di poi vn'altra volta cosi si disporrà la regola del 3. Se in vn mese pagano 48. scudi quanto pagaranno in 48. mesi? come qui sta espresso.

Mesi.	Scudi.	Mesi.		Scudi.
1.	48.	48?	*fanno*	2304.

Tuttavia piu breuemente si risoluerà la medesima questione, se si moltiplicaranno tra di loro tanto li due numeri posti nel primo luogo della questione, quanto li due posti nel terzo luogo, acciò si faccino tre numeri soli della regola del 3. in questo modo.

	Scudi.			Scudi.
1.	6.	384?	*fanno*	2304.

Perche da questa moltiplicatione ne nasce maggior numero di compagni per vn mese, che è vguale al minor numero per piu mesi. Come dalla moltiplicatione di 8. compagni per 48. mesi si producono 384. compagni per vn mese. Perche se in ogni mese sono 8. compagni, senza dubbio in 48. mesi, se sempre si s'accostassero nuoui compagni, si fariano 384. compagni: & cosi tanto pagaranno quelli 384. compagni in vn mese, quanto 8. compagni in 48. mesi. Questa è la causa, perche s'hanno da moltiplicare li numeri principali per li aggionti manco principali, che significano tempo, ouero alcuna altra cosa, purche nō siano della medesima cosa, che viene significata per li numeri principali; perche altrimēte non sarebbono due numeri, ma vno. Come se in vn luogo siano posti scudi, baiocchi, & quattrini, si riputaranno questi tre numeri per vn solo, essendo che sono della medesima cosa, ouero che tutti significano moneta. Et la medesima ragione è proportionalmente nelle altre questioni di questa sorte.

2. Per 200. lib. di certe mercantie portate per 100. miglia si pagano scudi 4. Quanto adunque si doueranno pagare per 300. lib. portate per 400. miglia? Cosi li numeri si disporranno. Questione 2.

Lib.	Miglia	Scudi	Lib.	Miglia	Scudi.
200.	100.	4.	300.	400?	*fanno* 24.

Moltiplicati i due numeri del primo luogo, & li due del terzo luogo tra di loro, si faranno tre numeri della regola del tre, in questo modo.

	Scudi.			Scudi.
10000	4.	120000?	*fanno*	24.

Se questa medesima questione vorremo sciorre per la regola del 3. replicata due volte, cosi starà il primo essempio.

Lib.	Scudi.	Lib.		Scudi.
200.	4.	300?	*fanno*	6.

Et cosi si douerebbono pagare scudi 6. per 300. lib. portate per 100. miglia, per le quali sono state portate le 200. lib. Ma perche le 300. lib. s'hanno da condurre per 400. miglia, cosi di nuouo nel secondo luogo starà l'essempio.

Miglia.	Scudi.	Miglia.		Scudi.
100.	6.	400?	*fanno*	24.

3. Tre persone consumano vn Rubio di grano com- Questione 3.

compro per 3. scudi in 5. settimane. Quanta adunque è la spesa di ciascuno in vn dì? Così si doueranno ordinare li numeri.

Persone.	*Settimane*	*Scudi.*	*Persone.*	*Gior.*
3.	5.	3.	1.	1?

fanno Scudi $\frac{3}{105}$. *cioè quattrini* 11$\frac{3}{7}$.

Ma ridotte le 5. settimane à giorni, a fine che'l primo numero & terzo siano simili, così starà l'essẽpio.

Pers.	*Giorni.*	*Scudi.*	*Persone.*	*Gior.*
3.	35.	3.	1.	1?

fanno Scudi $\frac{3}{105}$. *cioè quattrini* 11$\frac{3}{7}$.

Moltiplicati i due numeri del primo luogo, & li due del terzo tra di loro, si disporrãno i tre numeri della regola del tre in questo modo.

	Scudi.		*Scudi.* / *Quattrini.*
105	3.	1? *fanno*	$\frac{3}{105}$. *cioè.* 11$\frac{3}{7}$.

Per la regola del tre due volte replicata così si risoluerà questa questione.

Pers.	*Scudi.*	*Pers.*	*Scudi.*
3.	3.	1?	1.

Di più.

Gior.	*Scudi.*	*Gior.*	*Scudi.*	*Quattr.*
35.	1.	1? *fanno*	$\frac{1}{35}$.	*cioè,* 11$\frac{3}{7}$.

Questione 4. 4. Se 300. scudi in quattro anni guadagnano 100. scudi. Che cosa guadagnaranno scudi 1580. in 7. anni? Moltiplicati li scudi, che si espongono al guadagno, per il tẽpo aggiõtoli, così starà l'essẽpio.

	Scudi.		*Scudi.*
1200.	100.	11060?	*fanno* 921$\frac{2}{3}$.

PER

Per la regola del Tre due volte replicata così l'essempio starà.

Scudi	*Scudi del guadag.*	*Scudi*	*Scudi del guadag.*
300.	100.	1580? *fanno.*	526$\frac{2}{3}$.

Di piu.

Anni.	*Scudi*	*Anni.*	*Scudi.*
4.	526$\frac{2}{3}$.	7. *fanno.*	921$\frac{2}{3}$.

5. Vno con 10. scudi in tre mesi ha guadagnato 4. scudi. In quanto tempo adunque con 100. scudi guadagnarà 2000. scudi? Questa questione in nissun modo si può ridurre alla simplice regola del tre, per esser'il tempo, nel quale li 100. scudi deuono guadagnare 2000. scudi, non conosciuto; donde nasce, che questo tempo non si possa moltiplicare per li 100. scudi. Et però per districcarla si douerà adoprare la regola del tre due volte, in questo modo. Questione 5.

Scudi	*Scudi di guadag.*	*Scudi*	*Scudi di guadag.*
10.	4.	100? *fanno*	40.

Et così 100. scudi guadagnaranno 40. scudi in tre mesi, nelli quali 10. scudi hanno guadagnato scudi 4. Per la qual cosa, per sapere, in quanto tempo 100. scudi siano per guadagnare 2000. scudi, si disporrà la seconda volta la regola del 3. in questo modo.

Scudi	*Mesi*	*Scudi*	*Mesi.*
40.	3.	2000? *fanno.*	150.

Di modo che se 10. scudi in tre mesi guadagnano 4. scudi, li 100. scudi ne guadagnaranno 2000. scudi in 150. mesi. Il che facilmẽte si prouarà, se la questione si proporrà in questo modo. Se 10. scudi in tre mesi guadagnano 4. scudi; in 150. mesi quanto guadagnaranno 100. scudi?

K Impe-

Imperoche si ritrouarà essere il guadagno scudi 2000. come qui si vede.

Scudi.	*Mesi*	*Scudi*	*Scudi.*	*Mesi*	*Scudi*
10.	3.	4.	100.	150?	*fanno* 2000.

Perche se ciascuno tempo si moltiplicarà per il suo denaro, starà l'essempio ridotto alla semplice regola del tre, in questo modo.

	Scudi			*Scudi*
30.	4.	15000?	*fanno*	2000.

Questione 6. 6. Se 100. scudi in 8. mesi guadagnano 20. scudi, in quanto tempo li medesimi 100. scudi ne guadagnaranno scudi 3000? L'ordine delli numeri starà in questo modo.

Scudi.	*Mesi.*	*Scudi.*		*Mesi.*
20.	8.	3000?	*fanno*	1200.

Perche quando s'espone sempre la medesima somma al guadagno, non è necessario di porla tra li altri numeri. Et il medesimo si farà ancora, quãdo si propone il medesimo tempo, si come nel seguente essempio apparirà.

Questione 7. 7. Se 300. scudi in 7. mesi guadagnano 45. scudi, quanto guadagnaranno 1780. scudi nelli medesimi 7. mesi? Così starà l'essempio.

Scudi.	*Scudi di guadag.*	*Scudi.*	*Scudi di guadag.*
300.	45.	1780?	*fanno* 267.

Questione 8. 8. Se ad ogni soldato ciaschedun mese si desse 4. scudi, quanti denari si spenderebbono per 13000. soldati in 9. mesi? Così starà l'essempio.

Soldati	*Mese*	*Scudi*	*Soldati.*	*mesi.*	*Scudi.*
1.	1.	4.	300.	9?	*fanno* 468000.

9. Se

Questione 9. 9. Se à 10. caualli ogni giorno si danno 7. misure d'orzo, ò di auena, quante misure si doueranno dare, secondo la medesima distributione, à 100. caualli in 20. giorni? Così starà l'essempio.

Caual.	*Gior.*	*Misure*	*Caual.*	*Gior.*	*Misure*
10.	1.	7.	100.	20?	*fanno* 1400.

Questione 10. 10. Se 12. mietitori mietono 20. pezzi di terreno in 9. giorni, in quanto tempo 30. mietitori mieteranno 45. pezzi? Qui è necessaria la regola del tre due volte replicata, mà nel primo luogo però la Euersa; perche 30. mietitori hanno di bisogno di manco tempo per mietere 20. pezzi, che li 12. mietitori. Così adunque starà la regola del tre Euersa.

mietit.	*gior.*	*mietit.*		*gior.*
12.	9.	30?	*fanno*	$3\frac{3}{5}$.

Et così in giorni $3\frac{3}{5}$. mieterãno 30. mietitori 20. pezzi. Per la qual cosa di nuouo così stara l'essempio per la regola ordinaria del tre.

pezzi	*gior.*	*pezzi*		*gior.*
20.	$3\frac{3}{5}$.	45?	*fanno*	$8\frac{3}{10}$.

Questione 11. 11. A Roma il ducato d'oro vale giulij $11\frac{1}{2}$. cioè baioc. 115. Quanti adunque pigliarò di questi ducati per 1000. scudi, delli quali ogn'vno vaglia 10. giulij, ò vero 100. baioc.? O verò, se 20. ducati d'oro fanno 23. scudi, quanti ducati si faranno con 1000. scudi? L'vno & l'altro essempio starà in questo modo, ridotti prima li 1000. scudi a baioc. 100000. nel primo essempio.

Baioc.	*Ducat.*	*Baioc.*	*Ducati.*
115.	1.	100000? *fanno*	$869\frac{1}{2}\frac{1}{3}$.

Scudi	*Ducat.*	*Scudi*	*Dut.*
23.	20.	1000? *fanno*	$869\frac{1}{2}\frac{1}{3}$.

 QVAN-

Questione 12.

12. QVANTI scudi riceueremo per 4000. ducati, se lo scudo vale 100. baioc. & il duc. 115. baioc.? Ouero se 20. ducati vagliono 23. scudi, quanti scudi si conterranno in 4000. ducati? Ridotti li 4000. ducati del primo essempio a baiochi 460000. così starà l'vno & l'altro essempio.

Baioc.	Scudi	Baioc.		Scudi
100.	1.	460000?	fanno	4600.

Ducati	Scudi	Ducati		Scudi
20.	23.	4000?	fanno	4600.

Questione 13.

13. VN mercante ha compro 300. libre d'vna certa mercãtia per scudi 60. & desidera sapere, quãto guadagnarà per 100. se vende queste medesime 300. libre per scudi 64. Ouero quanto perderà per 100. se le venderà per 57. scudi. Qui è manifesto, ch'egli per 60. scudi vuole guadagnare 4. scudi: ouero perdere 3. scudi, come è chiaro, se il minor prezzo si cauarà dal maggiore. Di adunque, Se 60. scudi guadagnano 4. ouero ne perdono 3. quanto ne guadagnaranno, ouero ne perderanno scudi 100?

Scudi	Guad. di Scudi	Scudi.		Guad. di Scudi.
60.	4.	100?	fanno	$6\frac{2}{3}$.

Scudi	Danno di Scudi	Scudi.	Danno di Scudi
60.	3.	100?	5.

Questione 14.

14. VA cercando tra se vn mercãte, quãto habbi da spẽdere in 100. libre d'vna certa mercãtia, che poi le medesime vendute a 64. scudi diano di guadagno scudi $6\frac{2}{3}$. per 100. Chiara cosa è, che colui, che vuole guadagnare $6\frac{2}{3}$. per 100. vuole, che li 100. scudi creschino a $106\frac{2}{3}$. Di adũque, Se scudi $106\frac{2}{3}$. che contengono il prezzo di 100. scudi insieme col guadagno di scudi $6\frac{2}{3}$. prouengono da 100. scudi, da che verranno li 64. scudi, che contengono il prezzo incognito delle 100. libre insieme col guadagno ancora incognito, che renda $6\frac{2}{3}$. per 100?

prez. & guad.	Scudi.	prez. & guad.		Scudi.
$106\frac{2}{3}$.	100.	64?	fanno	60.

Si douerãno adunque comprare 100. libre per scudi 60. perche vendute dipoi per 64. scudi danno di guadagno scudi 4. ma per 100. ne daranno scudi $6\frac{2}{3}$.

15. E STATA compra vna gioia, che se si venderà per 200. scudi, si perdono scudi 10. per 100. Quanto adunque costò quella gioia? Qui ancora è chiaro, che colui, che perde 10. per 100. fa 90. da 100. Di adunque, Se 90. scudi si fanno da 100. da che si faranno scudi 200? Questione 15.

Scudi.	Scudi.	Scudi.		Scudi.
90.	100.	200?	fanno	$222\frac{2}{9}$.

Costò adunque quella gioia scudi $222\frac{2}{9}$. Et à prouarlo dirai, Se da scudi $222\frac{2}{9}$. si fanno scudi 200. quanti si faranno da 100? Perche trouarai, che si faranno 90. scudi, & però farsi il danno di 10. scudi per 100. come qui vedi.

Scudi.	Scudi.	Scudi.		Scudi.
$222\frac{2}{9}$.	200.	100?	fanno	90.

Ouero dirai, se per scudi $222\frac{2}{9}$. perdo scudi $22\frac{2}{9}$. (perche se quella gioia è stata compra per scudi $222\frac{2}{9}$. & si riuende per scudi 200. è cosa chiara, che si perde scudi $22\frac{2}{9}$.) per 100. scudi, che perderò? Perche trouarai il dãno di 10. scudi. come qui si vede

Scudi.	Danno di Scudi.	Scudi.		Danno di Scudi.
$222\frac{2}{9}$.	$22\frac{2}{9}$.	100?	fanno	10.

16. VNO ha compro 1000. canne di panno à vn certo prezzo, che se hauesse speso 3. scudi meno, & do- Questione 16.

& dopò l'haueſſe riuendute à 3600. ſcudi, haueria guadagnato 10. per 100. Quanto adunque coſtorno quelle 1000. canne di panno? Perche quello, che deſidera di guadagnare 10. per 100. uuole di 100. fare 110. però dirai coſì, Se 110. ſi fanno da 100. da che ſi faranno 3600? come qui vedi.

Scudi.	Scudi.	Scudi.		Scudi.
110.	100.	3600?	*fanno*	$3272\frac{8}{11}$.

Se adunque haueſſe voluto guadagnare ſolamente 10. per 100. ſarebbono coſtate quelle 1000. canne di panno ſcudi $3272\frac{8}{11}$. Perche ſe ſcudi $3272\frac{8}{11}$. danno 3600. ſcudi, è neceſſario che 100. ſcudi diano ſcudi 110. & però 10. ſcudi ſi guadagneranno da 100. come qui ſi vede.

Scudi.	Scudi.	Scudi.		Scudi.
$3272\frac{8}{11}$.	3600.	100?	*fanno*	110.

Ouero ſe ſcudi $3272\frac{8}{11}$. guadagnano ſcudi $327\frac{3}{11}$. (perche chi compra vna coſa per ſcudi $3272\frac{8}{11}$. & dipoi la riuende per ſcudi 3600. neceſſariamente viene à guadagnare ſcudi $327\frac{3}{11}$.) per forza 100. ſcudi guadagnaranno 10. ſcudi, come qui ſi vede.

Scudi.	guad. di Scudi	Scudi.		guad. di Scudi.
$3272\frac{8}{11}$.	$327\frac{3}{11}$.	100?	*fanno*	10.

Mà perche nella queſtione è ſtato aggionto, che colui guadagnarebbe 10. per 100. ſe haueſſe compro quelle 1000. canne di panno 3. ſcudi meno, & l'haueſſe vendute à 3600. ſcudi, è coſa chiara, che ha ſpeſo 3. ſcudi piu delli ſcudi $3272\frac{8}{11}$. Per la qual coſa quelle 1000. canne di panno ſaranno coſtate ſcudi $3275\frac{8}{11}$.

Queſtione 17. 17. Vno ha cõpro 1000. canne di panno à vn certo prezzo, che ſe li fuſſero coſtate 6. ſcudi di piu, & poi

& poi foſſero ſtate vẽdute à 3600. ſcudi, n'haurebbe perſo 10. ſcudi per 100. Quanto adunque fu il prezzo di quelle 1000. canne? Perche colui, che perde 10. per 100. fà 90. da 100. però dirai, Se 90. ſi fanno da 100. da che ſi faranno 3600?

Scudi.	Scudi.	Scudi.		Scudi.
90.	100.	3600?	*fanno*	4000.

Se adunque haueſſe perſo ſolamente 10. per 100. ſarebbono coſtate 1000. canne di panno ſcudi 4000. Perche ſe 4000. ſcudi danno ſcudi 3600. biſogna che ſcudi 100. diano ſcudi 90. che è coſa chiara. Ouero ſe 4000. ſcudi perdono 400. ſcudi (Peroche chi compra alcuna coſa per 4000. ſcudi, & ne vẽde la medeſima à ſcudi 3600. perde al certo ſcudi 400.) neceſſariamente ſcudi 100. ne perderanno 10. come tu vedi qui.

Scudi.	Danno di Scudi.	Scudi.		Danno di Scudi.
4000.	400.	100?	*fanno*	10.

Ma perche nella queſtione è ſtato aggionto, ch'egli hauerebbe perſo 10. per 100. ſi haueſſe cõpre le 1000. canne à ſcudi 6. di piu, & che poi l'haueſſe vendute per ſcudi 3600. è coſa chiara, ch'hauerà ſpeſo ſcudi 6. manco di 4000. Per la qual coſa 1000. canne di panno coſtorno ſcudi 3994.

18. Chi vende vna mercãtia à 20. baioc. la libra, guadagna 30. per 100. Quãto adũque guadagnarà, ſe la venderà à maggior prezzo, come dire à 24. baioc.? Queſtione 18.
Qui prima è neceſſario cercare, quanto coſta vna libra, che vẽduta à 20. baioc. dia di guadagno 30. per 100. come hauiamo inſegnato nella queſtione 14. in queſto modo. Se 130. (cioè il prezzo, che è 100. & il guadagno, che è 30.) vengono da 100 come da prezzo, da che verranno 20. baioc. che cõtengono il prezzo incognito d'vna libra, & ancora inſieme il guadagno incognito, che renda 30. per 100?

130. 100. 20? *fanno* $15\frac{5}{13}$.

Costarà dunque vna lib. $15\frac{5}{13}$. baioc. Perche di qui nascerà, se baioc. $15\frac{5}{13}$. (vendendo vna libra à baioc. 20.) guadagnano baioc. $4\frac{8}{13}$. che con 100. baioc. si guadagnino baioc. 30. come tu vedi qui.

$15\frac{5}{13}$. $4\frac{8}{13}$. 100? *fanno* 30.

Hora trouato il prezzo d'vna lib. essere baioc. $15\frac{5}{13}$. è cosa chiara, se vna lib. si venderà à baioc. 24. che da baioc. $15\frac{5}{13}$. si guadagnaranno baioc. $8\frac{8}{13}$. Per la qual cosa da baioc. 100. si guadagnaranno baioc. 56. come qui vedi.

$15\frac{5}{13}$. $8\frac{8}{13}$. 100? *fanno* 56.

Questione 19.

19. CHI vende 100. lib. d'vna certa mercantia à 10. scudi, perde 10. per 100. Quanto adunque perderà per 100. se la venderà à minor prezzo, cioè à 8. scudi? Qui ancora è necessario prima cercare, quãto costano quelle 100. lib. che vendute à 10. scudi diano di danno 10. per 100. si come hauiamo insegnato nella questione 15. in questo modo. Se 90. si fanno da 100. (perche chi perde 10. per 100. fa 90. da 100.) da qual numero si faranno 10?

90. 100. 10? *fanno* $11\frac{1}{9}$.

Si sono cõpre adunque quelle 100. lib. à scudi $11\frac{1}{9}$. Perche da qui seguitarà, Se scudi $11\frac{1}{9}$. (vendendo quelle 100. lib. à 10. scudi) perdono scudi $1\frac{1}{9}$. che con scudi 100. si perdano 10. come qui vedi.

$11\frac{1}{9}$. $1\frac{1}{9}$. 100? *fanno* 10.

Ritrouato in questo modo il prezzo di quelle 100. lib. essere scudi $11\frac{1}{9}$. è cosa chiara, che se le medesime 100. lib. si vendano à scudi 8. che da scudi $11\frac{1}{9}$. si viene

si viene

si viene à perdere scudi $3\frac{1}{9}$. Per la qual cosa per 100. scudi se ne perderanno 28. come qui tu vedi.

$11\frac{1}{9}$. $3\frac{1}{9}$. 100? *fanno* 28.

Questione 20.

20. VN Mercante ha compro in Portogallo 50000. lib. di pepe à scudi 10000. & iui per dogana pagò scudi 500. Et il nolo di là fino in Italia costò scudi 300. Et nel porto s'è pagata vn'altra gabella di scudi 200. Dopò la vettura del mare fino à Fiorenza costò 100. scudi, & li è stata pagata vn'altra gabella di 100. scudi. Et vltimamente alli Ministri mandati per quel traffico per lor mercede, & vitto sono stati dati scudi 1000. Hora stà in dubio, à quanto habbia da vendere la libra, acciò che sopra ogni spesa guadagni 2. giulij per libra. Qui prima è necessario raccorre in vna somma tutte le spese, fatte, acciò si habbia il prezzo, che con tutte quelle spese s'è speso per le 50000. libre. La quale somma contiene nel dato essempio 12200. scudi. Per il che, se 50000. libre costano 12200. scudi, ouero 122000. giulij, vna libra costarà giulij $2\frac{1}{2}\frac{1}{5}$. come qui vedi.

	scudi.
Pepe.	10000.
Dog.	500.
Nolo	300.
Dog.	200.
Vettur.	100.
Dog.	100.
Minist.	1000.
	12200.

lib.	*Giul.*	*lib.*		*Giul.*
50000.	122000.	1?	*fanno*	$2\frac{1}{2}\frac{1}{5}$.

Adunque se ogni libra si venderà giulij $4\frac{1}{2}\frac{1}{5}$. si guadagnarà per ciascuna giulij 2.

RE-

REGOLA DELLE COMPAGNIE.

Cap. XX.

La regola delle compagnie quādo serue & come si fa.

SEGVITA la regola delle Compagnie di grande vtilità, & molto vsata da Mercanti, laquale in vero tutta depende dalla regola del tre, come de gl'essempi, che seguirano, si farà manifesto. Et serue questa regola, quando più persone fanno cōpagnia, doue ciascuno mette vna certa somma di denari, & si fa in questo modo. Si raccogliono li denari di tutti in vna somma, & il numero raccolto si pone nel primo luogo della regola del tre, & nel secondo luogo si pone il guadagno commune, ò il danno, che prouiene dal denaro di tutti, & vltimamente nel terzo luogo si pongono li denari di ciascheduno separatamente, &c. Di maniera che tante volte s'ha da fare la regola del tre, quanti sono gl'interessati nella cōpagnia. Mà quando interuiene diuersità di tempi, si doueranno moltiplicare li denari di ciascuno per il suo tempo, innanzi che si raccoglino tutti li denari in vna somma. Dopò si doueranno raccorre in vna somma questi numeri prodotti, per trouare il primo numero nella regola del tre. Et nel terzo luogo si porranno li numeri prodotti dalla moltiplicatione de i denari di ciascuno nel suo tempo separatamēte, posto però di nuouo il guadagno, ò il danno commune, nel luogo di mezzo. Il che nelli essempi sarà manifesto: delli quali il primo sia questo.

Quāte volte la regola del tre si ha da fare nella regola delle compagnie.

Che si debba fare nella regola delle compagnie, quādo c'è diuersità di tempi.

Questione 1.

1. QVATTRO Mercanti fatta cōpagnia hanno guadagnato in certe fiere 6000. scudi. Il primo di quelli diede solamente 60. scudi. Il secondo 100. Il terzo 120. & il quarto 200. Si dubita hora, quanto di quel guadagno deui hauere ciascun di quelli, hauendo risguardo al denaro, che ha messo. Primamente si deue raccorre la somma delli denari di tutti, che

chè è 480. scudi. Di poi si deue fare quattro volte la regola del tre, in questo modo. Se 480. scudi, che sono li denari raccolti dalli denari di tutti, hanno guadagnato scudi 6000. che guadagnaranno scudi 60. che scudi 100. che 120. & che 200. che ciascheduno ha posto? come qui si vede.

Scudi.	Guad. di Scu.	Scudi.		Guad. di Scudi.
480.	6000.	60?	fanno	750. del Primo.
		100?		1250. del secondo
		120?		1500. del Terzo.
		200?		2500. del quarto
				6000.

Fatta l'operatione, come vuole la regola del tre, trouarai il primo douer pigliare scudi 750. Il secondo 1250. il terzo 1500. & il quarto 2500.

LA proua di questo sarà, se li guadagni di tutti in vna somma raccolti farenno tutto il guadagno, come nel proposto essempio vedi essere stato fatto.

Questione 2.

2. TRE Mercanti comprate che hanno delle mercantie, caricano vna naue. Le mercantie del primo costorono scudi 300. del secondo scudi 500. del terzo scudi 180. Dopò sopragiōta vna gran tēpesta, sono state buttate in mare le mercantie piu graui, che costauano scudi 400. & sono conuenuti tra loro, che questa perdita sia commune. Quanto danno adunque toccarà à ciascuno à ragione delle mercantie di ogni vno? Raccolgansi in vna somma li scudi di tutti, & il numero raccolto 980. si ponga nel primo luogo nella regola del tre, & il danno commune nel secondo, & li denari di ciascheduno nel terzo, come qui vedi.

Scudi.	Danno di Scu.	Scudi.		Danno di Scudi.
980.	400.	300?	fanno	$122\frac{4}{9}\frac{4}{8}\frac{0}{0}$ pri.
		500?		$204\frac{}{9}\frac{8}{8}\frac{0}{0}$. secō.
		180?		$73\frac{4}{9}\frac{6}{8}\frac{0}{0}$. terij

Il primo adūque perdera scudi $122\frac{4}{9}\frac{4}{8}\frac{0}{0}$. il secondo $204\frac{}{9}\frac{8}{8}\frac{0}{0}$. & il terzo $73\frac{4}{9}\frac{6}{8}\frac{0}{0}$.

3. TRE

Queſtione 3. 3. Tre vogliono comprare 4000. libre di Zuccaro, che ſi ſtimano da 500. ſcudi. Il primo però ne vuole lib. 1300. Il ſecondo 1460. & il terzo le libre 1240. che reſtano. Quanto adunque pagarà ciaſcuno di loro? Di, Se 4000. libre vagliono 500. ſcudi, quanto valeranno 1300. & quanto 1460. & quanto 1240. libre, quali ciaſcheduno vuole pigliare? Et ritrouarai il primo douer pagare ſcudi 162 $\frac{1}{2}$. il ſecondo 182 $\frac{1}{2}$. & il terzo 155. come qui vedi.

Lib.	Scudi.	Lib.		Scudi.	
4000.	500.	1300?	fanno	162 $\frac{1}{2}$	del primo
		1460?		182 $\frac{1}{2}$	del ſecondo
		1240?		155.	del terzo.

Queſtione 4. 4. Tre fatta compagnia, hanno guadagnato ſcudi 1000. Il primo hà meſſo ſcudi 200. li quali dopò 8. meſi ridomãdò. Il ſecõdo diede ſcudi 450. & dopò 6. meſi gli rihebbe. Il terzo finalmente poſe ſcudi 500. & gli laſciò nel traffico 10. meſi. Quanto adunque toccarà à ciaſcuno di guadagno, hauendo riſguardo alli denari & tempo? Moltiplichiſi il denaro d'ogn'vno per il ſuo tempo, & li numeri prodotti ſi raccolgano in vna ſomma per il primo numero della regola del tre. Et nel ſecondo ſi ponghi il guadagno, & nel terzo quei tre numeri prodotti. Nel noſtro eſſempio dalli denari del primo per il ſuo tempo ſi fanno ſcudi 1600. Dalli denari del ſecondo per il ſuo tempo, 2700. Dalli denari del terzo per il ſuo tempo, 5000. & la ſomma raccolta da queſti numeri è 9300. Coſi adunque ſtarà l'eſſempio.

	Guad. di Scudi			Guad. di Scudi.	
9300.	1000.	1600?	fanno	172 $\frac{4}{93}$.	del primo.
		2700?		290 $\frac{30}{93}$	del ſecondo.
		5000?		537 $\frac{59}{93}$.	del terzo.

Queſtione 5. 5. Tre fatta compagnia, hãno guadagnato ſcudi 1000. Il primo ha poſto ſcudi 300. per 10. meſi. Il ſecondo ha poſto ſcudi 700. Il terzo ſcudi 800. Et il primo dal guadagno ha pigliato ſcudi 500. Il ſecõdo 300. & il terzo 200. Quanto tempo adunque ſono ſtati nel traffico li denari dell'altri due? Perche, come nella queſtione precedente è ſtato detto, s'ha da moltiplicare li denari di ciaſcuno nel ſuo tempo, moltiplicaremo per tanto li denari del primo per il ſuo tempo, & faremo 3000. Et da queſto prodotto viene il guadagno del primo. Acciò dunque ſappiamo, da quali prodotti prouenghino li guadagni de gl'altri due, diremo; Se 500. ſcudi (che è il guadagno del primo) viene da 3000. da che verranno 300. & 200. ſcudi, che ſono li guadagni delli altri due? come qui ſi vede.

Guad. di Scudi.		Guad. di Scudi.			
500.	3000.	300?	fanno	1800.	del ſecondo.
		200?		1200.	del terzo.

Adunque il tempo del ſecondo moltiplicato per il denaro fa 1800. & del terzo, 1200. Per il che ſe partiremo 1800. per 700. cioè per li denari del ſecondo, ritrouaremo meſi 2 $\frac{4}{7}$. ne i quali dal ſecondo ſono ſtati eſpoſti al guadagno li ſcudi 700. Coſì ſe partiremo 1200. per 800. cioè per li denari del terzo, ritrouaremo meſi 1 $\frac{1}{2}$. per il terzo.

Esperimentarai queſto eſſer coſì, ſe in queſto modo proporrai la compagnia. Tre fatta cõpagnia, hanno guadagnato ſcudi 1000. Il primo ha poſto ſcudi 300. per 10. meſi. Il ſecondo ſcudi 700. per meſi 2 $\frac{4}{7}$. Il terzo ſcudi 800. per meſi 1 $\frac{1}{2}$. Quanto adunque ciaſcheduno à ragione delli ſuoi denari, & à proportione del tempo pigliarà dal guadagno? Se moltiplicaremo li denari di ciaſcuno per il ſuo tempo, faremo delli denari del primo nel ſuo tempo, 3000. ſcudi. Delli denari del ſecondo per il ſuo tempo, 1800. & delli denari del terzo nel ſuo tempo, 1200. & queſti tre prodotti fanno la ſomma di 6000. Coſi adunque ſtarà l'eſſempio.

Guad.

Guad. di Scudi.			*Guad. di Scudi.*
6000. 1000	3000? 1800? 1200?	*fanno*	500 *primo.* 300. *secondo.* 200. *terzo.*

Doue tu vedi esser riuscito il guadagno di ciascuno, come nella questione si proponeua. Adunque li tempi delli due vltimi sono stati ritrouati giustamente.

Questione 6. 6. QVATTRO hanno fatto compagnia da durarsi due anni, & hanno guadagnato scudi 10000. Il primo nel principio della cõpagnia pose scudi 3000. & dopò passato l'ottauo mese ne cauò da quelli scudi 1000. Dopò nel principio del vigesimo mese ha posto di nuouo scudi 1200. Il secondo da principio ha dato scudi 2400. & dopò passati 6. mesi, ne ha leuato scudi 800. mà al principio del decimosesto mese di nuouo ne pose scudi 1400. Il terzo nel principio della compagnia pose scudi 2000. & passati 7. mesi ripiglio tutti li suoi denari, mà nel principio del decimoottauo mese di nuouo pose scudi 1600. Il quarto finalmente nel principio del settimo mese pose scudi 1800. & dopò 4. mesi finiti ne ripigliò scudi 900. mà nel principio del decimosettimo mese di nuouo diede scudi 1500. Quãto adunque ciascheduno pigliarà dal commune guadagno à ragione delli suoi denari & tempo? Qui diligentemente s'hà da ricercare, quanti denari ciascuno ha posto, & per quãto tempo, &c. Il che acciò si faccia piu chiaro, l'essempio proposto esplicaremo in questa maniera.

PERCHE il primo nel principio della compagnia ha dato scudi 3000. & ne rihebbe 1000. dopò 8. mesi finiti, è cosa chiara, quello hauer posto nel commun traffico scudi 3000. per 8. mesi. Moltiplicando adunque 3000. per 8. faremo 24000. Et perche dopò 8. mesi passati ne cauò scudi 1000. è cosa certa, essere restati in compagnia commune scudi 2000. insino al fine del decimonono mese, quando ne portò di nuouo altri denari. Leuando adunque 8. mesi da 19. rimangono 11. mesi, nelli quali espose solamente scudi 2000. & moltiplicando 2000. per 11. faremo 22000. Dopò questo perche di nuouo diede scudi 1200. nel principio del vigesimo mese insino al fine del secondo anno, è cosa manifesta, che s'aggiongeremo questi 1200 scudi alli 2000. scudi, quello nel cõmune traffico hauer hauto per quei 5. mesi, che restauano delli due anni, scudi 3200. Moltiplicando adunque 3200. per 5. faremo 16000. Hora raccogliendo insieme questi tre prodotti 24000. 22000. 16000. in vna somma, faremo 62000. il qual numero sarà, quanto pose il primo, prodotto però dalli denari & tempo del medesimo.

PARIMENTE perche il secondo per 6. mesi diede scudi 2400. percioche passato il 6. mese, ne leuò scudi 800. moltiplicaremo per tanto 2400. per 6. & faremo 14400. Et perche nel principio del decimosesto mese si dice che pose nuoui denari, è cosa chiara, esso dal principio del settimo mese insino al fine del decimoquinto, cioè per 9. mesi hauere hauuto nella compagnia commune scudi 1600. che auanzano, leuati che saranno scudi 800. da 2400. Moltiplicando adunque 1600. per 9. faremo similmente 14400. Dopò perche si dice nel principio del decimosesto mese di nuouo hauere posto scudi 1400. è cosa chiara, questo denaro essere stato dato fuori per li 9. mesi restanti delli due anni. Alli quali se s'aggiongeranno scudi 1600. che ancora stanno nel commun traffico, si faranno scudi 3000. che per quelli vltimi 9. mesi furno nel traffico commune. Moltiplicando adunque 3000. per 9. faremo 27000. & raccolti questi tre prodotti 14400. 14400. 27000. in vna somma, faremo 55800. per il numero del secondo, prodotto però dalli denari & del tempo del medesimo.

DOPPO questo perche il terzo per 7. mesi ha contribuito scudi 2000. poi che 7. mesi passati, se li ripigliò, moltiplicaremo per tanto 2000. per 7. & faremo 14000. Mà perche al principio del duodecimoottauo mese di nouo diede fuora scudi 1600. mol-

moltiplicaremo 1600. per 7.(perche tanti mesi resta no delli due anni)& faremo 11200. & raccolti questi due prodotti 14000. 11200. in vna somma, faremo 25200.cioè il numero prodotto dalli denari & del tempo del terzo Mercante.

PERCHE finalmente il quarto nel principio del settimo mese per 4.mesi pose scudi 1800. moltiplicaremo 1800. per 4. & faremo 7200. Mà perche finiti li 4.mesi ripigliò scudi 900. lasciãdo solo scudi 900.che furno nel traffico per 6. mesi dal principio dell'vndecimo mese insino al fine del decimosesto mese, quando di nuouo pose denari, moltiplicaremo 900. per 6. faremo 5400. Mà perche nel principio del decimosettimo mese pose di nuouo scudi 1500. insino al fine delli due anni, alli quali se aggiongeremo scudi 900. che ancora sono nel commun traffico, faremo 2400. Moltiplicando adunque 2400. per 8. mesi, che restano delli due anni, faremo 19200. & raccolti questi tre prodotti 7200. 5400. 19200. in vna somma, faremo 31800. per il numero prodotto dalli denari & tempo del quarto Mercante.

HORA raccogliendo in vna somma questi quattro numeri 62000. 55800. 25200. 31800. che sono prodotti dalli denari & tempi di ciascheduno, faremo 174800. per il primo numero della regola del tre, & nel secondo sarà il guadagno commune, & nel terzo il numero prodotto dalli denari & tempi di ciascuno, come nella quarta questione è stato detto. Così adunque starà l'essempio.

174800. 10000. 62000? 55800? 25200? 31800?

fanno

3546 $\frac{1}{1}\frac{5}{7}\frac{6}{4}\frac{2}{8}$. *del primo.*
3192 $\frac{}{1}\frac{3}{7}\frac{8}{4}\frac{4}{8}$. *del secondo*
1441 $\frac{1}{1}\frac{1}{7}\frac{3}{4}\frac{2}{8}$. *del terzo.*
1819 $\frac{}{1}\frac{3}{7}\frac{8}{4}\frac{8}{8}$. *del quarto.*

I. TRA

7. TRE fanno compagnia. Il primo pone scudi 400. il secondo scudi 300. & baioc. 86. il terzo scudi 1000. giulij 7. baioc. 9 Et in questo traffico hanno hauuto mala sorte, & hãno scapitato di tutta la somma scudi 100 Quanto è adunque il danno di ciascuno? Ridotta ogni cosa à baiocchi, si faranno per il primo 40000. baioc. per il secondo 30086. & per il terzo 100079. la somma di quali è 170165. Così adunque starà l'essempio. Questione 7.

	Baioc.		Danno di Baioc.
Se	170165.	*fanno*	10000.

	Baioc.		Danno di Baioc.
Che saranno	40000?	*fanno*	2350 $\frac{}{1}\frac{1}{7}\frac{}{0}\frac{2}{1}\frac{5}{6}\frac{0}{5}$.
	30086?		1768 $\frac{}{1}\frac{}{7}\frac{8}{}\frac{2}{}\frac{8}{}\frac{}{}$.
	100079?		5881 $\frac{}{7}\frac{7}{7}\frac{8}{0}\frac{6}{}\frac{4}{6}\frac{}{5}$.

8. TRE hanno fatto compagnia, il primo portò scudi 200 & gli lasciò nella compagnia 12. mesi. Il secondo contribuì scudi 240. il terzo pose vna collana d'oro, il prezzo della quale ridomandò passati 10. mesi. Il guadagno acquistato fu di scudi 138. & fatta la debita distributione, il primo hebbe scudi 60. il secondo 48. & il terzo 30. Quanti mesi adunque lasciò il secondo li denari contribuiti nella cõpagnia, & quanti scudi è stata stimata la collana d'oro, acciò le dette portioni del guadagno si douessero à ciascuno? Perche il denaro di ciascheduno deue essere moltiplicato per il suo tempo, moltiplicaremo li 200. scudi del primo per 12. mesi, & faremo 2400. Per questo numero gli toccorno di guadagno scudi 60. Di adunque, acciò tu sappi, con che numero il secondo acquistò il guadagno di scudi 48. Se 60. scudi vènero da 2400. donde sono venuti scudi 48? come qui vedi. Questione 8.

60. 2400. 48? *fanno* 1920.

Et ritrouarai 1920. il qual numero è prodotto da

L scudi

scudi 240. del secondo nel suo tempo. Partendo adunque il detto numero 1920. per 240. ne verranno mesi 8. nelli quali li denari del secondo furono nel traffico. Di nuouo acciò tu sappi, con che numero il terzo habbi acquistato il guadagno di scudi 30. dì, Se il guadagno di scudi 60. nasce da 2400. donde verrà il guadagno di scudi 30. del terzo? Ouero se il guadagno di scudi 48. è prouenuto da 1920. donde verrà il guadagno di scudi 30. del terzo? come qui vedi.

60.	2400.	30?	*fanno*	1200.
48.	1920.	30?	*fanno*	1200.

Peroche sempre ritrouarai il numero 1200. il quale è prodotto da 10. mesi del terzo nelli suoi denari, cioè nel prezzo della collana. Partendo adunque questo numero 1200. per 10. mesi, ne vscirà il valor della collana, cioè scudi 120. li quali il terzo per 10. mesi pose nel traffico.

CONOSCERAI, che la cosa stà così, se in questo modo proponerai la compagnia. Tre fatta compagnia, hanno guadagnato scudi 138. Il primo ha dato scudi 200. per 12. mesi. Il secondo scudi 240. per 8. mesi, & il terzo scudi 120. per 10. mesi. Quanto adunque del guadagno si deue à ciascuno di loro? Peroche moltiplicati li denari di ciascuno per il suo tempo, ritrouarai il guadagno di ciascuno, si come è stato detto nella questione, come qui si vede.

	Guad. di Scudi.			*Guad. di Scudi.*
5520.	138.	2400?	*fanno*	60. *del primo.*
		1920?		48. *del secondo.*
		1200?		30. *del terzo.*

Questione 9. 9. TRE fatta compagnia da durare per vn anno, hanno guadagnato vna certa somma di scudi. Il primo da principio pose 1000. scudi. Il secondo dopò

dopò passati alcuni mesi diede certa somma di denari. Finalmente il terzo 4. mesi dopò'l secondo pose ancor lui non so che somma di denari, che nõ si sa. Finita però la compagnia, participorno tutti vgualmente del guadagno. Quanto adunque il secondo, & quanto il terzo diede in questa compagnia? Moltiplicando li 1000. scudi del primo per 12. mesi, nelli quali li lasciò nella compagnia, si faranno scudi 12000. & tanto à punto si deue fare ancora dalli denari del secondo nel suo tempo, & parimente dalli denari del terzo nel suo tempo, poiche deuono hauere vgual guadagno. Et perche il secondo lasciò nel traffico li suoi denari 10. mesi, se partiremo 12000. per 10. ritrouaremo li denari del secondo essere stati scudi 1200. Mà se li partiremo per 6. mesi, nelli quali il terzo espose li suoi denari, ritrouaremo li denari del terzo essere stati scudi 2000. Perche in questa maniera dalli denari di ciascuno nel suo tempo si produrrà il numero 12000. che terrà il terzo luogo nella regola del tre, & per ciò tutti tre haueranno vgual guadagno, qualunque sia stato quel guadagno cõmune. Perche se il guadagno commune per essempio fusse stato scudi 900. & questi tre numeri 12000. 12000. 12000. che dalli denari di ciascuno da per se nel proprio tempo sono prodotti, si raccogliessero in vna somma, così starebbe l'essempio.

36000.	900.	1200?	*fanno*	300.
		1200?		300.
		1200?		300.

10. TRE in vn commun traffico hanno guadagnato scudi 190. li quali così tra di loro hanno distribuiti, che la parte del primo fusse tre volte piu della parte del secondo, & quattro volte piu della parte del terzo. Et il primo pose per 12. mesi scudi 80. il secondo diede li suoi denari per 8. mesi: & il terzo per 4. Quanto adunque ciascheduno di questi Questione 10.

sti due vltimi hanno posto in questa compagnia, & che cosa ciascuno ha preso del guadagno? Moltiplica li denari del primo, cioè scudi 80. per il suo tempo, cioè per 12. mesi, & farai 960. Di questo numero pigli $\frac{1}{3}$. cioè 320. Et similmente $\frac{1}{4}$. cioè 240. Percioche questi sono li numeri, che si deuono produrre dalli denari delli due vltimi nelli suoi tempi. Perche à questo modo il guadagno del secondo sarà $\frac{1}{3}$. del guadagno del primo, & il guadagno del terzo sarà $\frac{1}{4}$. del medesimo, si come anco il numero 320. dal quale ne nasce il guadagno del secondo, è $\frac{1}{3}$. del numero 960. dal quale si produce il guadagno del primo, & il numero 240. che partorisce il guadagno del terzo, è $\frac{1}{4}$. del medesimo numero 960. Se adunque partiremo 320. per 8. mesi del secondo, ritrouaremo scudi 40. che furono inuestiti dal secondo. Et se diuideremo 240. per 4. mesi del terzo, si produrranno 60. scudi per il terzo. Perche à questo modo li denari di ciascheduno da per se moltiplicati per li suoi tempi produrranno li numeri 960. 320. 240. il primo di quali è triplo del secondo, & quadruplo del terzo. Donde ne segue, che ancora i guadagni haueranno le medesime proportioni, come qui vedi.

1520.	190.	960?	*fanno*	120.
		320?		40. *di guadagno.*
		240?		30.

Questione 11.

11. Tre fatta compagnia, posero nel cõmune traffico scudi 1520. & hanno guadagnato scudi 190. quali (hauẽdo risguardo alli denari, che ciascheduno ha posto) così trà loro l'hanno partiti. Il primo ha hauuto 120. il secõdo 40. Che cosa dunque ha hauuto il terzo, & che cosa ciascheduno pose in detta cõpagnia? Se si cauarà il guadagno del primo, di poi quello del secondo da tutto il guadagno, rimarrà il guadagno del terzo, scudi 30. Conosciuto adunque il guadagno di ciascheduno da per se, dirai, Se tutto il guadagno di 190. scudi è prouenuto dalli denari

communi di scudi 1520. da che ha origine il guadagno del primo di 120. scudi, & il guadagno del secondo di scudi 40. & il guadagno del terzo di scudi 30? Et ritrouarai il primo hauer portato nella compagnia scudi 960. il secondo 320. & il terzo 240. come qui vedi.

190.	1520.	120?	*fanno*	960. *del primo.*
		40?		320. *del secondo.*
		30?		240 *del terzo.*

La proua si farà, se dirai. Se 1520. che è la somma delli denari, che ciascheduno contribuì, hanno guadagnato 190. quanto guadagnaranno 960. 320. & 240? Perche ritrouarai li guadagni essere 120. 40. & 30.

Questione 12.

12. Tre fatta compagnia, portarono in quella 1520. scudi, con li quali hanno guadagnato scudi 190. Il primo, fatta la distributione, hebbe scudi 1080. il qual numero è composto dal suo capitale, & dal guadagno, che gli toccò per conto delli denari, che pose. Similmente il secondo pigliò scudi 360. & il terzo 270. Quanto adunque ciascheduno pose, & quanto ha guadagnato? Fatta vna somma dalli denari, che tutti hanno posti, & dal commun guadagno, la quale è 1710. dirai, Se 1710. cioè il capitale, & guadagno di tutti prouengono da 1520. cioè dalli denari di tutti, da che verrãno 1080. che è il numero, che contiene li denari, & il guadagno del primo? & donde nasceranno 360. cioè il denaro, & guadagno del secõdo? & da qual numero si produrrãno 270. il qual numero cõtiene li denari, & guadagno del terzo? Et ritrouarai in questo modo li denari, che ciascheduno da per se ha posto, come qui è chiaro.

1710.	1520.	1080?	*fanno*	960. *del primo.*
		360?		320. *del secondo.*
		270?		240. *del terzo*

Leuando adunque li denari di ciascuno del numero,che li tocca,restarà il guadagno solo.Così ritrouarai il guadagno del primo essere scudi 120. del secondo.40.& del terzo 30.

Questione 13. I 3. DVE in vn traffico commune hanno guadagnato scudi 200. delli quali al primo ne toccorno scudi 50. Il secondo però diede il doppio piu del primo , & di piu scudi 8. Quanto adunque l'vno & l'altro ha posto? Perche il primo hà guadagnato scudi 50.è cosa chiara,il secondo, che ha posto il doppio piu,hauer guadagnato scudi 100.& perciò gl'altri 50. scudi,che auanzano di tutto il guadagno di 200. scudi,esser guadagno di scudi 8. li quali di piu il secondo pose. Adunque per hauere li denari , che l'vno & l'altro pose,dirai; Se 50.scudi che restorno, prouengono da 8.scudi,li quali il secondo di piu diede , da che si produrranno 50. scudi,che il primo ha guadagnato, & che li 100.scudi che ha guadagnato il secondo ? Et ritrouarai in questo modo il primo hauer posto scudi 8. & il secondo 16. come qui vedi.

$$50.\quad 8.\quad \left\{\begin{matrix}50?\\100?\end{matrix}\right\}\ \textit{fanno}\ \left\{\begin{matrix}8.\\16.\end{matrix}\right.$$

Se adunque aggiongerai 8. à 16. scudi del secondo, farai 24. scudi,che il secondo pose in quella compagnia.

LA proua di questo sarà,se 8.scudi & 24.che l'vno & l'altro cótribuirno , raccorrai in vna somma,che è 32.& dirai;Se 32.hanno guadagnato 200. quanto guadagnaranno 8.&,quanto 24? Perche ritrouarai il guadagno del primo essere 50. & del secondo 150. come qui vedi.

$$32.\quad 200.\quad \left\{\begin{matrix}8?\\24?\end{matrix}\right\}\ \textit{fanno}\ \left\{\begin{matrix}50.\\150.\end{matrix}\right.$$

Questione 14. I 4. DVE fecero compagnia. Il primo pose scudi 120.

120. & il secondo 180. & pigliorno vn Procuratore con questa códitione, che dal guadagno pigliasse 10. per 100.Il guadagno però è stato 1000.scudi.Quanto adunque deue hauere il Procuratore, & l'vno, & l'altro di quelli? Di;Se 100.danno 10.al Procuratore, che daranno 1000?& ritrouarai scudi 100. che si deuono al Procuratore à ragione di 10. per 100. Leuarai adunque questi 100. scudi da tutto il guadagno, cioè da tutti 1000.scudi,restano scudi 900.per il guadagno dell'vno & dell'altro . Di adunque ; Se 300. scudi che amendue posero, hanno guadagnato scudi 900. quanto guadagnaranno scudi 120 . & quanto 180?come qui si vede.

$$300.\quad 900.\quad \left(\begin{matrix}120?\\180?\end{matrix}\right)\ \textit{fanno}\ \left(\begin{matrix}360.\\540.\end{matrix}\right.$$

I 5. TRE ferno compagnia , & guadagnorno scudi 1520.Il primo contribui scudi 1080.& il secondo 360.mà il terzo pose tanti denari,che gli toccorno del guadagno scudi 240.Quanto adunque questo terzo pose, & quáto ha guadagnato ciascheduno di quei due primi?Leua scudi 240.che il terzo ha guadagnato,da tutto il guadagno di scudi 1520.& auanzarãno per il guadagno delli due primi,scudi 1280. Questione 15.
Di adunque;Se 1440.scudi,che il primo, & secondo posero , hanno guadagnato 1280. quanto guadagneranno scudi 1080. del primo , & quanto scudi 360. del secondo?come qui vedi.

$$1440.\quad 1280.\quad \left(\begin{matrix}1080?\\360?\end{matrix}\right)\ \textit{fanno}\ \left(\begin{matrix}960.\\320.\end{matrix}\right.$$

Percioche in questa maniera il guadagno di tutti sarà scudi 1520. Mà per sapere , quanti denari pose il terzo, dì ; Se il guadagno delli primi due di scudi 1280. hà origine di scudi 1440. li quali sono stati posti da loro nella detta compagnia, donde verrà il guadagno di scud. 240. del terzo? Et ritrouarai 270. scudi, come qui vedi.

1280. 1440. 240? fanno 270.

Questione 16. 16. TRE hanno posto vguali somme di denari, & hanno guadagnato scudi 1000. in vn'anno. Il primo lasciò il suo dentro in compagnia 7. mesi. Il secondo leuò il suo dopò 6. mesi, mà il terzo lasciò il suo insino alla fine dell'anno. Quanto adunque ciascheduno pigliarà del guadagno? Raccolti tutti li mesi, ne i quali lasciorno li suoi denari, chi faranno la somma di 25. dirai; Se 25. mesi guadagnano 1000. quanto guadagnaranno 7. mesi, & quanto 6. & quanto 12? come qui è stato fatto.

25. 1000. {7? 6? 12?} fanno {280. 240. 480.}

Che questo sia vero, è cosa chiara, atteso che li guadagni di tutti fanno scudi 1000. che si diceua tutti hauere guadagnati.

Lo prouarai nondimeno à questo modo: Fingi, che ciascuno habbia posto scudi 100. & moltiplicali per il tempo di ciascuno, & farai 700. 600. & 1200. Raccolti dopò tutti questi numeri in vna somma, che è 2500. dì; Se 2500. guadagnano 1000. quanto guadagnarãno 700. 600. & 1200? Imperoche ritrouarai li medesimi guadagni, che prima, come qui vedi.

2500. 1000. {700? 600? 1200?} fanno {280. 240. 480.}

Questione 17. 17. QVATTRO in compagnia hanno guadagnato scudi 340. li quali cosi tra loro sono stati distri-

distribuiti, hauendo risguardo alli denari, che posero, che quante volte il secondo ha hauuto 5. tante volte il terzo habbia hauuto 9. & quante volte il terzo ha hauuto 7. tante volte il quarto habbia hauuto 11. & finalmente quante volte il quarto ha hauuto 9. tante volte il primo habbia hauuto 13. Il primo diede scudi 286. Quanto adunque gl'altri hanno posto, & quanto ciascheduno ha riportato dal guadagno? Qui s'esprimono le proportioni delli guadagni, & conseguentemente ancora delli denari, dalli quali vengono li guadagni. Imperoche li guadagni sono proportionali alli denari posti. Perche adunque il primo tante volte deue hauere 13. quante volte il quarto 9. sarà la proportione delli denari esposti la medesima, che è da 13. à 9. per amor che vn medesimo numero, moltiplicando 13. & 9. produce li denari dell'vno, & dell'altro, poiche tante volte in quelli del primo deuono essere contenuti li 13. quante volte in questi del quarto li 9. Di adunque; Se 13. danno scudi 286. che il primo ha posto, quanto daranno 9? & ritrouarai scudi 198. che il quarto pose, come qui vedi.

13. 286. 9? fanno 198.

Doue tu vedi, tante volte essere contenuto il 9. in 198. quante volte il 13. in 286. si ritroua.

MA perche si dice, che il quarto deue hauere 11. tante volte, quante volte il terzo ha 7. sarà pertanto tal proportione di 198. alli denari del terzo, che è da 11. à 7. Di adunque; Se 11. danno 198. quanto daranno 7? & ritrouarai li denari esposti dal terzo essere scudi 126. come qui si vede.

11. 198. 7? fanno 126.

Doue ancora è manifesto, tante volte essere contenutenuto il 7. nel 126. quante volte il 11. in 198. si ritroua.

Di nuouo, perche il terzo tante volte deue hauere 9. quante volte il secondo ha 5. sarà per questo tal proportione di 126. alli denari del secondo, che è da 9. à 5. Di adunque; Se 9. danno 126. quanto mi daranno 5? Et ritrouarai li denari posti dal secondo essere scudi 70. come qui si vede.

9. 126. 5? *fanno* 70.

Doue ancora si vede, tante volte ritrouarsi il 5. in 70. quante volte il 9. in 126. si contiene.

Havvti in questa maniera, li denari, che ciascheduno pose, ritrouaremo il guadagno di quelli, come nelle altre compagnie. Imperoche raccolti li denari di tutti in questa somma 680. diremo; Se 680. guadagnano 340. quanto guadagnaranno 286. 70. 126. 198 che il primo, secondo, terzo, & quarto hanno posto? come qui si vede.

680. 340. { 286? 70? 126? 198? } *fanno* { 143. *del Primo.* 35. *del secondo* 63. *del TerZo.* 99. *del quarto.* }

Doue chiaramente tu vedi, tutti li guadagni fare 340. & tante volte essere contenuto il 13. in 143. quante volte il 9. in 99. & tante volte il 5. in 35. quante volte il 9. in 63. & tante volte il 7. in 63. quante volte 11. in 99.

Questione 18. 18. Tre vogliono partire tra di loro scudi 760. con questa conditione, che ogni volta che il primo hauerà 10. scudi, il secondo n'habbia 7. & il terzo 2. Quanto adunque hauranno da pigliare per vno? Raccogli insieme 10. 7. & 2. accio habbi 19. Dopò di; Se 19. danno 760. quanto daranno 10. 7. & 2? come qui vedi.

19. 760. { 10? 7? 2? } *fanno* { 400. *del primo.* 280. *del secondo.* 80. *del terZo.* }

19. Qvattro vogliono partire tra di loro scudi 785. cō questo patto, che quāte volte il primo hauerà 10. tāte volte il secōdo habbia 7. mà quāte volte il secōdo hauerà 14. tāte volte il terzo habbia 3. & vltimamēte quāte volte il terzo harà 12. tāte volte il quarto habbia 9. Quāto adunque ciascheduno pigliarà? Acciò si rēda piu facile l'operatione, si douerà cominciare dall'vltimo, cioè dal quarto, il quale per maggior facilità poniamo hauere vna volta 9. Hauerà adunque il terzo vna volta 12. Mà perche quante volte il terzo ha 3. tante volte il secondo deue hauere 14. se partiremo il numero 12. del terzo per 3. ritrouaremo il Quotiente 4. che mostra nel 12. quattro volte essere contenuto il 3. Moltiplicaremo adunque 14. per il detto Quotiente 4. & ritrouaremo 56. cioè il numero del secondo, nel quale il 14. tante volte si contiene, quante volte il 3. nel 12. si ritroua. Et perche quante volte il secondo ha 7. tante volte il primo deue hauere 10. Se partiremo 56. cioè il numero del secondo, per 7. ritrouaremo il Quotiente 8. che mostra nel 56. essere contenuto il 7. otto volte. Moltiplicaremo adunque 10. per questo Quotiēte 8. & produrremo 80. cioè il numero del primo, nel quale tāte volte si cōtiene il 10. quante volte il 7. in 56. Et cosi le parti del numero dato 785. deuono hauere le proportioni di questi numeri 80. 56. 12. 9. Perche in questa maniera tante volte il primo hauerà 10. quante volte il secondo 7. Et tante volte il secondo 14. quante volte il terzo 3. Et quante volte il terzo 12. tante volte il quarto 9. Raccolti adunque quei numeri in vna somma, che sarà 157. dì; Se 157. danno 785. quanto daranno 80. 56. 12. & 9? come qui vedi. Questione 19.

$$157.\quad 785.\ \left\{\begin{array}{c}80?\\56?\\12?\\9?\end{array}\right\}\textit{fanno}\left\{\begin{array}{l}400.\ \textit{del primo.}\\280.\ \textit{del secondo.}\\60.\ \textit{del terzo.}\\45.\ \textit{del quarto.}\end{array}\right.$$

In vn'altro modo così si scioglierà la medesima questione proposta. Perche quando il primo ha 10. il secondo ha 7. porremo 10. per il primo, & 7. per il secondo. Dopò perche quando il secondo ha 14. il terzo hà 3. diremo; Se 14. del secondo sono 7 quanto saranno 3. del terzo? & ritrouaremo $1\frac{1}{2}$. & tal proportione hauerà la positione del secondo alla positione del terzo, quale ha 7. à $1\frac{1}{2}$. cioè tante volte saranno 14. nel 7. quante volte il 3. in $1\frac{1}{2}$. Di nuouo, perche quãdo il terzo ha 12. il quarto ha 9 diremo; Se 12. del terzo sono $1\frac{1}{2}$. quãto saranno 9. del quarto? & ritrouaremo $1\frac{1}{8}$. & tal proportione hauerà la positione del terzo alla positione del quarto, quale ha $1\frac{1}{2}$. à $1\frac{1}{8}$. cioè tante volte saranno 12. nel $1\frac{1}{2}$. quante volte il 9. nel $1\frac{1}{8}$. Hora raccogliendo questi numeri 10. 7. $1\frac{1}{2}$. $1\frac{1}{8}$. in vna somma faremo $19\frac{5}{8}$. Onde diremo; Se $19\frac{5}{8}$. danno 785. quanto daranno 10. 7. $1\frac{1}{2}$. $1\frac{1}{8}$? come qui vedi.

$$19\tfrac{5}{8}.\quad 785.\ \left\{\begin{array}{c}10?\\7?\\1\frac{1}{2}?\\1\frac{1}{8}?\end{array}\right\}\textit{fanno}\left\{\begin{array}{l}400.\ \textit{del primo.}\\280.\ \textit{del secondo.}\\60.\ \textit{del terzo.}\\45.\ \textit{del quarto.}\end{array}\right.$$

Questione 20. 20. Quattro Capitani, sei Alfieri, & 100. soldati nel sacco d'vna città presero vna casa, doue fecero bottino di 72400. scudi, li quali tra di loro così hanno partiti, che quante volte ciascheduñ Capitano piglio 8. tante volte ogni Alfiere ne prese 5. & ogni soldato 3. Quãto adunque toccarà à ciascuno di quella preda? Moltiplica il numero 4. delli Capitani per 8. cioè per il numero, che tante volte ciascheduno Capitano deue hauere, quãte volte gl'altri 5. & 3. & farai 32. Similmente moltiplica il numero 6. delli Alfieri per 5. & il numero 100. delli soldati per 3. & farai 30. & 300. Sommati insieme questi tre numeri 32. 30. & 300. farãno la somma 362. Di adunque; Se 362. danno 72400. quanto daranno 32. 30. & 300? come qui vedi.

$$362.\quad 72400.\ \left(\begin{array}{c}32?\\30?\\300?\end{array}\right)\textit{fanno}\left(\begin{array}{l}6400.\\6000.\\60000.\end{array}\right.$$

Si che li quattro Capitani pigliorno da quella preda 6400. scudi, & li 6. Alfieri 6000. & li 100. soldati 60000. che tutti insieme fanno la somma delli scudi 72400. ritrouata. Hora se partiremo li scudi 6400 delli Capitani per il numero 4. delli Capitani, ritrouaremo ciascun di loro hauere hauuto scudi 1600. Et se diuideremo li 6000. scudi delli Alfieri per 6. ritrouaremo esser toccato à ciascuno scudi 1000. Et finalmente se li scudi 60000. delli soldati diuideremo per 100. ritrouaremo ciascheduno hauere hauuto scudi 600. Doue chiaramente tu vedi, tante volte il 8. essere contenuto nel 1600. quante volte il 5. nel 1000. & il 3. nel 600. cioè ducento volte.

Questione 21. 21. Trovandosi vno vicino à morte, che haueua vna figliuola, & vn figliuolo, il quale si diceua essere morto nella guerra, così lasciò, che fusse partita trà la moglie, & la figliuola la heredità di scudi 18088. che la moglie ne hauesse $\frac{2}{3}$. & la figliuola $\frac{1}{3}$. Mà se per sorte il figliuolo ritornasse, ch'esso ne hauesse $\frac{2}{3}$. Hora accadde, ch'el figliuolo ritornò. In che modo adunque questa heredità ha da essere distribuita, acciò si satisfaccia alla volõtà del Testatore? E cosa chiara, questa domãda nõ potersi intendere così, come suonano le parole. Perche se il figliuolo ne piglia $\frac{2}{3}$. la moglie nõ ne potrà hauere $\frac{2}{3}$. & la figliuola $\frac{1}{3}$. Per la qual cosa tutti gl'Aritmetici esponespógono la volótà del Testatore essere stata, che il figliuolo ne hauesse il doppio più della moglie, & la moglie il doppio piu che la figliuola, si come la proportione di queste minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{3}$. che è dupla (perche la minutia $\frac{2}{3}$. contiene due volte la minutia $\frac{1}{3}$.) par che mostri. Si che il numero 18088. si douerà diuidere in tre parti, in tal modo, che la prima contenga la seconda due volte, & la seconda abbracci similmente la terza due volte, cioè che habbino proportione dupla continua. Il che si farà in questo modo. Poni la terza essere 1. Sarà la seconda adunque 2. & la prima 4. che tutte fanno 7. Di adunque, Se 7. danno 18088. che daranno 4. 2. 1? come qui vedi.

$$7. \quad 18088. \quad \left(\begin{array}{c} 4? \\ 2? \\ 1? \end{array}\right) \textit{fanno} \left(\begin{array}{l} 10336.\ \textit{del figliuolo.} \\ 5168.\ \textit{della moglie.} \\ 2584.\ \textit{della figliuola.} \end{array}\right.$$

Questione 22. **22.** Tre trouorno vna borsa con scudi 3042. li quali così tra di loro distribuirono. Il primo pigliò $\frac{1}{2}$. il secondo $\frac{1}{3}$. & il terzo $\frac{1}{4}$. Quanto adunque toccò à ciascuno? Qui ancora si vede manifestamente, la questione non potersi intendere, come suonano le parole. Perche se il primo ne hauesse pigliato $\frac{1}{2}$. & il secondo $\frac{1}{3}$. nó haurebbe potuto il terzo pigliarne $\frac{1}{4}$. Perche queste tre minutie sono piu d'vn intiero, atteso che fanno $\frac{13}{12}$. Per questo il senso è, che il numero dato si diuida in tre parti, lequali habbino le medesime proportioni tra di loro, che queste minutie $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. Et per fare questo, si ritroui vn numero numerato dalli Denominatori. Il minimo numero qui è 12. ritrouato per quello, che hauemo scritto nel cap. 10. Da questo numero pigli $\frac{1}{2}$. cioè 6. & $\frac{1}{3}$. cioè 4. & $\frac{1}{4}$. cioè 3. le quali parti raccogliendo insieme hauerai 13. Di adunque; Se 13. danno 3042. quanto daranno 6. 4. & 3? come qui vedi.

13.

$$13. \quad 3042. \quad \left(\begin{array}{c} 6? \\ 4? \\ 3? \end{array}\right) \textit{fanno} \left(\begin{array}{l} 1404.\ \textit{del primo.} \\ 936.\ \textit{del secondo.} \\ 702.\ \textit{del terzo.} \end{array}\right.$$

La proua sarà questa. Riduci le date minutie alla medesima denominatione, come dire à $\frac{9}{12}$. $\frac{4}{12}$. $\frac{3}{12}$. Perche queste minutie haueranno le medesime proportioni, che hanno li Numeratori. Et le medesime hanno li tre numeri ritrouati 1404. 936. 702. che è cosa manifesta.

23. Tre hanno trouato vn sacchetto cō 1407. scudi, li quali così tra di loro partirno. Il primo ne pigliò $\frac{1}{2}$. il secondo $\frac{3}{5}$. il terzo $\frac{8}{11}$. Quanto adunque ciascuno ne pigliò? Qui ancora il senso è, che il dato numero si diuida in tre parti proportionali alle date minutie, altrimenti saria impossibile, che la questione potesse stare. Ritrouato adunque per il cap. 10. il minimo numero 110. che cōtiene le dette minutie, pigli la sua metà, 55. & tre quinti, 66. & otto vndecimi, 80. & tutte queste parti raccogli in vna somma 201. & di; Se 201. danno 1407. quanto daranno 55. 66. & 80? come qui vedi. Questione 23.

$$201. \quad 1407. \quad \left(\begin{array}{c} 55? \\ 66? \\ 80? \end{array}\right) \textit{fanno} \left(\begin{array}{l} 385.\ \textit{del primo.} \\ 462.\ \textit{del secondo.} \\ 560.\ \textit{del terzo.} \end{array}\right.$$

La proua si farà, come nella questione passata. Perche ridotte le date minutie alla medesima denominatione, come dire à $\frac{55}{110}$. $\frac{66}{110}$. $\frac{80}{110}$. haueranno li tre numeri ritrouati le medesime proportioni, che hanno queste minutie, cioè li Numeratori di quelle, ch'è cosa chiara.

24. Qvattro vogliono partire tra di loro scudi 396. in tal modo che'l primo ne habbia $\frac{1}{2}$. & di piu 10. Il secondo $\frac{3}{5}$. manco 20. Il terzo $\frac{1}{3}$. & di piu 8. Et finalmente il quarto $\frac{1}{4}$. manco 6. Quanto adunque ciascuno ne pigliarà? In questa sorte di questioni leua da tutta la somma li numeri, che oltre le Questione 24.

parti

parti dette si deuono pigliare,& aggiungi li altri numeri, che deuono mancare à dette parti,alla medesima somma. Come qui, leua 10. & 8. & rimarrà 178. aggiongi di nuouo 20.& 6 & farai 404 Dopò ritrouato il minimo numero 60. che cõtiene le date minutie,del quale $\frac{1}{2}$.è 30.& $\frac{3}{5}$ 36.& $\frac{1}{3}$ 20. & $\frac{1}{4}$.15. li quali numeri tutti fanno 101. Di adunque; Se 101. danno 404. (il qual numero è fatto dalla raccolta, & sottrattione delli dati numeri da tutta la somma 396.) che daranno 30.36.20. & 15? come qui vedi.

101.	404.	30?	*fanno*	120. *del primo.*
		36?		144. *del secondo.*
		20?		80. *del terzo.*
		15?		60. *del quarto.*

Adunque questi quattro numeri ritrouati hanno le medesime proportioni, che le date minutie: Mà in vna somma raccolti fanno 404. & non 396. come propone la questione. Che se al primo aggiongerai 10.per fare 130.& dal secondo leuarai 20. per far restare 124. & al terzo aggiongerai 8. per fare 88. & finalmente dal quarto leuarai 6 per far restare 54. faranno questi quattro numeri, 369. Mà acciò che habbino le dette proportioni, si haueranno da leuare prima,& aggiongere quelli numeri, che sono stati aggionti & leuati: Si che veramente 130. à 124. habbia la medesima proportione che $\frac{1}{2}$. à $\frac{3}{5}$. se prima si cauaranno 10. da quello, & à questo s'aggiongeranno 20. Di modo che con ragione si dirà, il numero 130. contenere $\frac{1}{2}$. & di piu 10. mà il numero 124. contenere $\frac{3}{5}$ manco 20. &c.

Questione 25. 25. E vna cisterna, che ha da basso tre canelle disuguali; aperta la maggiore, si versa tutta l'acqua in 2. hore, & aperta la mezzana, si versa tutta in 3. hore, & finalmente aperta la minore, si versa tutta in 6. hore. In quanto tempo adunque uscirà fuora tutta l'acqua, aprendosi tutte tre le canelle, posto che

che da principio insino al fine per ciascheduna venghi l'acqua fuora sempre vniformamente nel medesimo modo? Ritrouato il numero, che sia misurato da i tempi espressi nella questione, cioè dalle hore 2. 3.& 6. il quale qui è 6. dirai; Se la maggior cãnella in 2.hore vota vna cisterna, quante cisterne votarà in 6. hore? & ritrouarai 3. Similmente, se la cannella mezzana vota vna cisterna in 3. hore, quante cisterne votarà in 6. hore? & ritrouarai 2. Di piu, se la cãnella piu piccola vota vna cisterna in 6 hore, quãte cisterne votarà in 6. hore? & ritrouerai 1. come qui vedi.

Hore	*Cisterna.*	*Hore*	*Cister.*
2.			3.
3.	1.	6?	2.
6.			1.

HORA raccolti in vna somma questi tre numeri ritrouati 3. 2. 1. per fare 6. dì; se 6. cisterne si votano in 6. hore, in quanto tempo se ne votarà vna? & ritrouarai in vna hora. Il che prouarai in questo modo. Se la maggior cannella vota tutta la cisterna in 2. hore,& la mezzana in 3.& la piu piccola in 6. quanta parte della cisterna ciascheduna cannella votarà in 1. hora? come qui è stato posto.

Hore	*Cisterna*	*Hora*	*Cister.*
2.			$\frac{1}{2}$.
3.	1.	1?	$\frac{1}{3}$.
6.			$\frac{1}{6}$.

Perche ritrouarai, che la maggior cannella vota $\frac{1}{2}$. della cisterna, & la mezzana $\frac{1}{3}$. & la piu piccola $\frac{1}{6}$. le quali parti tutte fanno vna cisterna intiera.

QVESTA medesima questione così ancora si può proporre. In vna cisterna, che ha nella cima tre cannelle disuguali; la maggiore riempie la cisterna in 2. hore, la mezzana in 3. & la piu piccola in 6. Adunque in quanto tempo tutte insieme empiranno la cisterna? & ritrouarai, che in 1. hora.

SIMILMENTE così ancora si può proporre. Sono tre maestri; il primo finisce vn'opra in 2. anni, il secondo in 3. & il terzo in 6. Adunque in quanto tempo tutti insieme finiranno la medesima opera? & ritrouarai, che in 1. anno.

Vn'altro modo di sciorre queste sorte di questioni.

MA le questioni di questa sorte si possono ancora risoluere in questo modo. Cerchisi per la regola del tre, quant'acqua ciascuna cannella votarà in vn'hora, & li tre numeri ritrouati si raccolghino in vna somma. Perche se questa somma farà 1. cisterna, si ricercarà 1. hora, acciò tutte le cannelle votino tutta la cisterna; ma se non farà 1. cisterna, si ritrouarà il tempo desiderato per la regola del tre, come in questo essempio farà manifesto. Sono tre maestri. Il primo finisce vna certa opra in 6. anni, il secondo in 9. & il terzo in 18. In quãto tẽpo adũque tutti insieme la medesima opra finirãno? Dì; Se il primo finisce in 6. anni vn'opra, & il secondo in 9. & il terzo in 18. quãto farà ciascuno in vn anno? come qui vedi.

Anni	Opra	Anni	Opra.
6.	1.	1?	$\frac{1}{6}$. del primo.
9.			$\frac{1}{9}$. del secõdo.
18.			$\frac{1}{18}$. del terzo.

Tutti questi tre numeri ritrouati fanno $\frac{1}{3}$. Di adunque; Se $\frac{1}{3}$. dell'opra ricerca 1. anno, quanti anni ricercarà 1. opra intiera? & ritrouarai 3. anni. Il che prouarai, come di sopra, secondo che qui vedi.

Anni	Opra	Anni	
6.	1.	3?	$\frac{1}{2}$. del primo.
9.			$\frac{1}{3}$. del secondo.
18.			$\frac{1}{6}$. del terzo.

Imperoche ritrouarai, il primo finire in 3. anni, $\frac{1}{2}$. dell'opra: il secondo $\frac{1}{3}$. & il terzo $\frac{1}{6}$. le quali parti tutte fanno vn'opra intiera.

SE

SE il primo essempio si risoluesse in questo modo, subito nella prima operatione s'haurebbe l'intento; perche in vna hora tutta la cisterna si vota, come dalla operatione della proua del detto essempio è manifesto.

26. E VNA cisterna, che ha vna cãnella nella bocca, per laquale s'empie in 4. hore, ma nel piu basso del fondo n'ha vn'altra cannella, per laquale in 6. hore si vota. Se adunque di continuo v'entri, & esca dell'acqua, in quanto tempo la cisterna s'empierà? Primieramente è necessario di ritrouare, quanta parte della cisterna (posta quella conditione) in 1. hora s'empirà, in questo modo. Se in 4. hore s'empie 1. cisterna, quanta parte s'empirà in 1. hora? & ritrouarai $\frac{1}{4}$. di cisterna. Di nuouo, se in 6 hore si vota 1. cisterna, quanta parte se ne votarà in 1. hora? & ritrouarai $\frac{1}{6}$. di cisterna. Se adunque leuarai $\frac{1}{6}$. da $\frac{1}{4}$. restarà $\frac{1}{12}$. di cisterna; & tanta parte di cisterna s'empierà in 1. hora. Di adunque; Se $\frac{1}{12}$. di cisterna ricerca 1. hora, quanto tempo vorrà 1. cisterna? & ritrouarai 12. hore; & in tante hore la cisterna s'empierà. Il che prouarai in questo modo esser vero. Se in 4. hore s'empie 1. cisterna, in 12. hore quante cisterne s'empiranno? & ritrouarai 3. cisterne. Di piu se in 6. hore si vota vna cisterna, in 12. hore quante cisterne si votaranno? & ritrouarai 2. cisterne, le quali se leuarai dalle 3. ritrouate, restarà 1. cisterna piena. Questione 26.

ET se alcuno dicesse, la cisterna per la cannella di sopra s'empie in 3. hore, & per quella da basso si vota in 8. hore, si risoluerà nel medesimo modo la questione, se dirai; Se in 3. hore s'empie 1. cisterna, quanta parte se n'empierà in 1. hora? & ritrouarai $\frac{1}{3}$. di cisterna. Di piu, se in 8. hore si vota 1. cisterna, quanta parte se ne votarà in 1. hora? & ritrouarai $\frac{1}{8}$. di cisterna. Se adunque leuarai $\frac{1}{8}$. di $\frac{1}{3}$. restaranno $\frac{5}{24}$. & tanta parte della cisterna s'empierà in 1. hora. Di adunque; Se $\frac{5}{24}$ di cisterna ricercano 1. hora, che tempo ricercarà 1. cisterna? & ritrouarai

Ma

rai hore $4\frac{4}{5}$. nel qual tempo tutta la cisterna s'empierà. Il che cosi prouarai. Se in 3. hore s'empie 1. cisterna, in hore $4\frac{4}{5}$. quante cisterne s'empieranno? & ritrouarai $1\frac{3}{5}$. Di piu, se in 8. hore si vota 1. cisterna, in hore $4\frac{4}{5}$. quante cisterne si votaranno? & ritrouarai $\frac{3}{5}$. che se leuarai $\frac{3}{5}$. da $1\frac{3}{5}$. restarà 1. cisterna piena.

Vn'altro modo di spedire queste questione.

FORSE piu breuemente se spediranno queste medesime questioni, se si cercarà, quanta parte della cisterna s'empie in quelle hore, nelle quale tutta s'empirebbe, se niente ne vscisse. Il che cosi si farà nella prima questione. Dì; Se 6. hore votano 1. cisterna, quanta parte ne votaranno 4. hore? & ritrouarai $\frac{2}{3}$. & se cauarai $\frac{2}{3}$. da 1. (Perche poniamo empirse 1. cisterna in 4. hore, se non ne vscisse niente) restarà $\frac{1}{3}$. di cisterna, che in 4. hore s'empierà. Di adunque di nuouo, Se $\frac{1}{3}$. di cisterna ricerca 4. hore, che ricercarà 1. cisterna? & ritrouarai 12. hore, come prima.

MA nell'vltima questione dì; Se 8. hore votano 1. cisterna, quanta parte ne votaranno 3. hore? & ritrouarai $\frac{3}{8}$. & se leuarai $\frac{3}{8}$. da 1. (Perche poniamo empirse 1. cisterna in 3. hore, se non n'vscisse niente) restaranno $\frac{5}{8}$. di cisterna, che in 3. hore s'empiranno. Di adunque di nuouo, Se $\frac{5}{8}$. di cisterna vogliono 3. hore, che vorrà 1. cisterna? & ritrouarai hore $4\frac{4}{5}$. come prima.

REGOLA DI ALLIGATIONE, OVERO DI LIGAMENTO. Cap. XXI.

SOGLIONO spesse volte li Aritmetici mescolare varie mercantie di varij prezzi di tal sorte, che statuito vn certo prezzo mezzano, se ne comprino tutte con quello. Il che fanno per vna certa regola, che la dimandano di Alligatione, ouero di Ligamento; percioche in essa si legano varie mercantie, in vn certo modo, ad'vn prezzo solo, come dalli essempi, che seguitranno, sarà manifesto.

La regola della alligatione che cosa sia.

Questione 1.

La regola della alligatione in che modo si faccia.

1. SONO due sorte di vino: 1. misura del primo costà baiocc. 20. & 1. misura del secondo si vende à baiocc. 12. Quanto adunque si dourà pigliare dell'vno & dell'altro, accioche 1. misura vaglia 15. baiocc.? Poni vn prezzo sotto l'altro, & alla banda sinistra di quelli metti il prezzo statuito; il quale è mezzo tra li due dati prezzi. Dopò paragoni l'vno & l'altro prezzo dato con il prezzo statuito, & la differenza dell'vno & dell'altro poni alla parte destra delli prezzi, scambieuolmente però, cioè la differenza del maggior prezzo appresso al minor prezzo, & la differenza del minor prezzo appresso al maggiore: & queste differenze raccogli in vna somma, come nel essempio vedi.

Prezzo di mezzo	Prezzi.	Differenze.
	20.	3.
15.		
	12.	5.
		8.
		somma delle Differenze.

DOPPO questo disponi la regola del tre due volte talmente, che la somma delle differenze tenghi il primo luogo, & 1. misura il secondo, & l'vna, & l'altra differenza il terzo, come qui vedi.

8.	1.	3? 5?	fanno	$\frac{3}{8}$. Del primo. $\frac{5}{8}$ Del secondo.

Di adonque; Se la somma 8. delle differenze da 1. misura, che darà ciascheduna differenza 3. & 5? & ritrouarai del primo vino douersi pigliare $\frac{3}{5}$. d'vna misura; & del secondo $\frac{5}{8}$. & così si fara 1. misura da tutte due, che costarà baioc. 15. Il che così prouarai. Dì Se 1 misura del primo vino vale 120. baiocc. che varranno $\frac{3}{8}$? Similmente, Se 15 misura del secondo vino vale 12. baioc. che varranno $\frac{5}{8}$? come qui vedi.

1.	20.	$\frac{3}{8}$.	fanno.	$7\frac{1}{2}$.
1.	12.	$\frac{5}{8}$	fanno.	$7\frac{1}{2}$.

Peroche ritrouarai, che li due prezzi fanno 15. Baiocc. come si propone.

Questione 2.

2. SONO due sorti di argento non purgato. La libra del primo vale scudi 30. & la libra dell'altro vale scudi 24. Adunque accioche 1. libra vaglia scudi 28. quãto argento dell'vno & dell'altro si dourà pigliare? Fatta la Alligatione, come nella precedẽte questione, Dì; Se la somma 6. delle differenze dà 1. libra, che darà ciascheduna differenza 4. & 2? come qui vedi.

Prezzo di mezzo	Prezzi.	Differenze.
	30.	4.
28.		
	24.	2.
		6.
		Somma delle Differenze

6.	1.	4? 2?	fanno	$\frac{2}{3}$. Del primo. $\frac{1}{3}$. Del secondo.

Perche in questo modo hauerai 1. lib. d'argento, che costarà 28. scudi. Et per farne la proua, Dì; Se 1. lib. del primo argento vale 30. scudi, che varranno $\frac{2}{3}$. di vna lib.? Di piu se 1. lib. del secondo argento vale 24. scudi, che valerà $\frac{1}{3}$? come qui vedi.

1.	30.	$\frac{2}{3}$?	fanno	20.
1.	24.	$\frac{1}{3}$?	fanno	8.

Et così 1. lib. costarà 28. scudi, come si propone.

Questione 3.

3. LA libra di pepe vale 4. giulij. La libra di garofoli 3. giulij. La libra di cannella 6. giulij. La libra di zaffarano 10. giulij. La libra di zenzero 8. giulij. Quanto adunque se ne dourà pigliare da ciascuna cosa, acciò 1. libra costi 7. giulij? Quando si propongono piu cose da alligarse, in varij modi si può fare la alligatione, purche ciascheduna almeno vna volta si leghi. Però che può ciaschedun prezzo con vn'altro qual si voglia, ouero con piu, essere legato al prezzo mezzano, di modo però, che il detto prezzo statuito sia mezzano tra li due, che si legano à esso; ouero vguale à d'vno di quelli, & in nissuna maniera maggior ò minor di tutti due, come sarà chiaro in questo essempio, che dichiararemo con varie alligationi.

Nota. Che possa esser fatta l'alligatione d'vn medesimo essempio in varij modi

Prezzo mezzano	Prezzi.		Differenze.
	Pepe.	4.	1.
	Garof.	3.	3.
7.	Cannella	6.	1.
	Zaffarano	10.	4.
	Zenzero	8	3. 1.
			13.
			Somma delle Differenze.

PRIMA adunque legaremo li prezzi del pepe, & del zenzero al prezzo mezzano, le differenze delli quali sono 3.& 1. poste scambieuolmente. Dopò li prezzi del garofolo & del zaffarano, le differenze delli quali sono 4.& 3. ancora poste scambieuolmente. Vltimamente, perche riman solo la cannella, legaremo il prezzo di quella con il prezzo del zenzero, per essempio, le differenze delli quali sono 1. & 3. scritte ancora scambieuolmente. La somma di tutte le differenze è 13. Ma le differenze incontro del zenzero fanno 4. Percioche sempre s'hanno da raccorre in vna somma le piu differenze poste incontro d'alcun prezzo medesimo. Dì hora; Se la somma 13. delle differenze da 1. che darà ciascheduna differenza. 1? 3? 1? 4.& 4? come qui vedi.

Che si debba fare, quando piu differenze si pongono all'incôtro del medesimo prezzo

$$13. \quad 1. \left\{\begin{matrix} 1? \\ 3? \\ 1? \\ 4? \\ 4? \end{matrix}\right\} \textit{fanno} \left\{\begin{matrix} \frac{1}{13}.\ \textit{Pepe.} \\ \frac{3}{13}.\ \textit{Garof.} \\ \frac{1}{13}.\ \textit{Cannella.} \\ \frac{4}{13}.\ \textit{Zaffarano} \\ \frac{4}{13}.\ \textit{Zenzero} \end{matrix}\right.$$

Imperoche in questo modo hauerai 1. lib. di tutte queste cose, che costarà 7. giulij. Et per farne la proua, dì; Se 1. lib. di pepe vale 4. giulij, che varrà $\frac{1}{13}$? Di piu, Se 1. lib. de garofoli uale 3. giulij, che varranno $\frac{3}{13}$? Di piu, Se 1. lib. di cannella vale 6. giulij, che valerà $\frac{1}{13}$? Di piu, Se 1. libr. di zaffarano vale 10. giulij, che varranno $\frac{4}{13}$? Di piu, Se 1. libr. di zenzero vale 8. giulij, che varrāno $\frac{4}{13}$? come qui vedi.

$$1. \left\{\begin{matrix} 4. \\ 3. \\ 6. \\ 10. \\ 8. \end{matrix}\right\} \textit{che} \left\{\begin{matrix} \frac{1}{13}. \\ \frac{3}{13}. \\ \frac{1}{13}. \\ \frac{4}{13}. \\ \frac{4}{13}. \end{matrix}\right\} \textit{fāno} \left\{\begin{matrix} \frac{4}{13}.\ \text{Di Pepe.} \\ \frac{9}{13}.\ \text{Di Garofoli.} \\ \frac{6}{13}.\ \text{Di Cannella.} \\ 3\frac{1}{13}.\ \text{Di Zaffarano} \\ 2\frac{6}{13}.\ \text{Di Zenzero.} \end{matrix}\right.$$

Et ritrouarai tutti li prezzi fare 7. giulij, come si propone.

IN vn'altro modo si farà l'alligatione, se li prezzi del pepe & del zenzero si legaranno al prezzo mezzano; Et così li prezzi del pepe & del zaffarano; Dopò li prezzi del garofolo & del zenzero; & di nuouo li prezzi del garofolo, & del zaffarano; & finalmente li prezzi della cannella, & del zaffarano; & li prezzi della cannella, & del zenzero, si come è stato fatto in questo essempio. Ne in questo essempio è possibile di fare piu legamēti. Perche li prezzi del pepe, del garofolo, & della cannella non possono essere legati tra di loro, essendo che ciascheduno è minore del prezzo mezzano statuito, & così ciascheduno di quelli solamēte due volte puo essere legato: Et delli vltimi due l'vno & l'altro tre volte, cioè cō ciascheduno delli tre primi: Ma tra di loro non possono essere legati, non essendo il prezzo statuito di 7. giulij, tra di loro mezzano, ò ad'vno di loro vguale, ma minore di tutti due. Di adunque; Se la somma 28. delle differenze da 1. lib. che darà ciascheduna differenza 4. 4. 4. 8. & 8? come qui vedi.

Vn'altro modo di alligare questa terza questione.

Prezzo mezzano 7.	Prezzi.		Differenze.
	Pepe.	4.	1. 3.
	Garof.	3.	1. 3.
	Cannella	6.	3. 1.
	Zaffarano	10.	3. 4. 1.
	Zenzero	8.	3. 4. 1.
			28.
	Somma delle Differenze.		

$$28. \quad 1. \left\{\begin{matrix} 4? \\ 4? \\ 4? \\ 8? \\ 8? \end{matrix}\right\} \textit{fanno} \left\{\begin{matrix} \frac{4}{28}\ \text{Di Pepe.} \\ \frac{4}{28}.\ \text{Di Garofoli.} \\ \frac{4}{28}\ \text{Di Cannella.} \\ \frac{8}{28}.\ \text{Di Zaffarano} \\ \frac{8}{28}.\ \text{Di Zenzero.} \end{matrix}\right.$$

Et così farai 1. lib. di tutte le spetie dette, che costarà 7. giulij. Et per prouarlo, dì; Se 1. lib. di pepe vale 4. giulij, quanto varranno $\frac{4}{28}$? Di piu, Se 1. lib. de garofoli vale 3. giulij, quanto valeranno $\frac{4}{28}$. &c. come tu vedi qui essere stato fatto.

Vn'altra alligatione di questa questione.

$$1.\left\{\begin{array}{c}4.\\3.\\6.\\10.\\8.\end{array}\right\}che\left\{\begin{array}{c}4\\ 2\;4\;8\\ 2\;4\;8\\ 2\;8\;8\\ 2\;8\;8\\ 2\;8\end{array}\right\}fanno\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{2}\,\frac{6}{8}.\text{ Di Pepe.}\\ \frac{1}{2}\,\frac{2}{8}.\text{ Di Garofoli.}\\ \frac{2}{2}\,\frac{4}{8}.\text{ Di Cannella.}\\ 2\,\frac{2}{2}\,\frac{4}{8}.\text{ Di Zaffarano}\\ 2\,\frac{8}{2}\,\frac{}{8}.\text{ Di Zenzero.}\end{array}\right.$$

Imperoche ritrouarai tutti li prezzi fare 7.giulii, come si propone nella questione.

Si puo ancora fare in vn'altro modo l'alligatione del medesimo essempio, se li prezzi del pepe & del zaffarano si legarano; dopò li prezzi del garofolo & del zenzero: & finalmente li prezzi della cãnella, & del zenzero. Come tu puoi vedere in questo essempio. Di adunque; Se la somma 13.delle differenze dà 1.lib.che darà ciascheduna differenza. 3.1.1. 3.& 5.℥ come qui vedi.

Prezzo mezzano		Prezzi		Differenze
		Pepe.	4.	3.
		Garof.	3	1.
7.		Cannella	6.	1.
		Zaffarano	10.	3.
		Zenzero	8.	4. 1.
				13.
		Somma delle differenze.		

$$13.\quad 1.\left\{\begin{array}{c}3℥\\1℥\\1℥\\3℥\\5℥\end{array}\right\}fanno\left\{\begin{array}{l}\frac{3}{1\;3}.\text{ Di Pepe.}\\ \frac{1}{1\;3}.\text{ Di Garofoli.}\\ \frac{1}{1\;3}.\text{ Di Cannella.}\\ \frac{3}{1\;3}.\text{ Zaffarano.}\\ \frac{1}{1\;3}.\text{ Di zenzero.}\end{array}\right.$$

Perche così hauerai 1.lib. di tutte queste specie per 7.giulij.Il che prouarai, come di sopra.

D i

Di maniera, che vedi potere essere fatta in varij modi la alligatione, se piu cose, che due, sono da essere legate insieme, pur che il prezzo di mezo sia sempre minore dell'vn prezzo, che si lega, & maggior dell'altro, ouero vguale all'vno, & maggiore, ò minore dell'altro. Ma benche per varie alligationi sempre habbi il proposto peso delle cose, che si mescolano insieme; per il prezzo mezzano statuito, non però pigliarai sempre li medesimi pesi delle cose, che si mescolano insieme, come dalli proposti essempi è manifesto.

Che s'habbia da osseruare nelle alligationi di piu cose.

Questione 4.

4 La canna di pano rosso vale 4.scudi. La canna di panno verde vale 6. scudi. Et la canna di panno nero vale 10. scudi. Vuole vno di tutti questi panni 80.canne per 480. scudi. Quãto adunque da ciascun panno ne pigliarai? In questa sorte di questioni è necessario prima cercare il prezzo di vna canna mescolata da tutti. Il che così si farà nel nostro essempio. Se 80. canne mescolate vagliano 480. scudi che valerà 1.canna? & ritrouarai 6. scudi, che è il prezzo di 1.canna mezzano tra il prezzo del panno di piu bon mercato, & il prezzo del panno piu caro. Che se in questo modo si ritrouasse vno prezzo non mezzano, sarebbe impossibile la questione. Come se dicesse alcuno; Vuole vno da tutti li panni detti 80.canne per 300. ouero per 900. scudi. sarria impossibile la questione. Perche se 80.canne vagliono 300.scudi, valerà vna cãna scudi $3\frac{3}{4}$. il qual prezzo è minore del prezzo del panno di piu bon mercato. Onde ne del panno [illegible] potrà alcuno hauere 80. canne per 300. [illegible] non che ne possa hauere di tutti panni 80.canne [illegible]. Se 80.canne vagliano 900.scudi, valerà vna canna scudi $11\frac{1}{4}$. il qual prezzo è maggiore del prezzo del panno piu caro. Onde con 900. scudi comprarà vno molto piu canne, che 80. del panno piu caro, & perciò molto piu ne comprarà, se di tutti ne vorrà pigliare alcune canne. Ma ritorniamo al nostro essempio.

La questione della alligatione quando è impossibile.

Ritrovato il prezzo mezzano di vna canna, na, faccia si l'alligatione, come di sopra, si come qui si è fatto. Prima hauiamo legati li prezzi 4 & 10. al prezzo mezzano 6. Dopò li prezzi 6. & 10. Di adunque; Se la somma 10. delle differenze dà 80. canne, (perche tante ne vole pigliare colui di tutte tre le sorti di panno) che darà ciascuna differenza 4.4 & 2? come qui è stato fatto.

		Prezzi	Differenze	
Prezzo mezzano 6.	Rosso	4.	4.	
	Verde	6.	4.	
	Nero	10	2.	0.
			10.	
	Somma delle differenze.			

10.	80.	4?	fanno	32. Del rosso.
		4?		32. Del verde.
		2?		16. Del nero.

Perche così di quelli tre panni si piglieranno 80. canne per 480. scudi. Il che così prouarai. Se 1. canna vale 6. scudi, (perche questo prezzo mezzano è stato ritrouato di vna canna mescolata di tre panni) che valeranno 32. canne del panno rosso, & 32. del verde, & 16. del nero? come qui vedi.

1.	6.	32?	fanno	192. Del rosso.
		32?		192. Del verde.
		16?		66. Del nero.

Et ritrouarai tutti li prezzi fare 480. scudi.

Che se non hauessimo legato il prezzo del panno verde co'l prezzo del panno nero, ma co'l prezzo del panno rosso, si farrebbe la seguente alligatione: Ma haueressimo ritrouato altri numeri. Perche hauremo detto; se la somma 8. delle differenze

renze dà 80. canne, che darà ciascheduna differenza 4. 2. & 2? come qui vedi.

		Prezzi	Differenze
Prezzo mezzano 6.	Rosso.	4.	4. 0.
	Verde.	6.	2.
	Nero.	10.	2.
			8.
	Somma delle Differenze		

8.	80	4?	fanno	40. Del rosso.
		2?		20. Del verde.
		2?		20. Del nero.

La proua si farà, come prima, se dirai; Vna canna vale 6. scudi, che valeranno 40. canne del panno rosso, & 20. del verde, & 20. del nero? Imperoche ritrouarai tutti li prezzi fare scudi 480.

Questione 5.

5. Sono quattro sorti di vini: Vn boccale del primo vale baiocchi 21. del secondo 27. del terzo 30. & del quarto 40. Vuole vno mescolare 300. Boccali di tutti, cō questo patto & conditione, che ciascheduno boccale vaglia baiocchi 33. Quanto adunque pigliarà da cia-

	Prezzi	Differenze
Prezzo mezzano 33.	21.	7.
	27.	7.
	30.	7.
	40	12. 6. 3.
		42.
	Somma delle differenze	

ciascuno? Qui è necessario di legare li tre primi prezzi con l'vltimo al prezzo mezzano di baioc. 33. per essere quei tre minori di questo prezzo mezzano, come qui si vede nel dato essempio. Di adunque; Se la somma 42. delle differenze danno 300. boccali, che darà ciascheduna differenza 7. 7. 7. & 21? come qui si vede.

42.	300.	7?	fanno	50. *Del primo.*
		7?		50. *Del secondo.*
		7?		50. *Del terzo.*
		21?		150. *Del quarto.*

Imperoche così farai 300. boccali, delli quali ciascheduno costarà baiocc. 33. Et per prouarlo, dirai; Se la somma 42. delle differenze dà 1. boccale, che darà ciascheduna differēza 7. 7. 7. & 21? come qui vedi.

42.	1.	7?	*fanno*	$\frac{1}{6}$. *Del primo.*
		7?		$\frac{1}{6}$. *Del secondo.*
		7?		$\frac{1}{6}$. *Del terzo.*
		21?		$\frac{1}{2}$. *Del quarto.*

Et così hauerai vn boccale mescolato di tutte quattro quelle sorti di vino. Di adunque di nuouo; Se 1. boccale del primo vino vale 21. baiocc. che vale $\frac{1}{6}$. di boccale? Et se 1. boccale del secondo vino vale 27. che valerà $\frac{1}{6}$? Et se 1. boccale del terzo vino vale 30. che valerà $\frac{1}{6}$? Et finalmēte se 1. boccale del quarto vino vale 40. che valerà $\frac{1}{2}$? come qui vedi.

1.	21.	*che*	$\frac{1}{6}$.	*fanno*	$3\frac{1}{2}$. *Del primo.*
	27.		$\frac{1}{6}$.		$4\frac{1}{2}$. *Del secondo.*
	30.		$\frac{1}{6}$.		5. *Del terzo.*
	40.		$\frac{1}{2}$.		20. *Del quarto.*

Quali prezzi tutti fanno baioc. 33 come si ppone.

PIV

PIV breuemente però così si potrà fare la proua. Perche se 1. boccale deue valere 33. baioc. valeranno 300. boccali 9900. baiocc. Diremo adũque; Se 300. boccali vagliono 9900. baioc. che valeranno 50. boccali del primo vino, & che 50. del secondo, & 50. del terzo, & 150. del quarto? come qui vedi.

300.	9900.	50?	*fanno*	1650. *Del primo.*
		50?		1650. *Del secondo.*
		50?		1650. *Del terzo.*
		150?		4950. *Del quarto.*

Percioche ritrouarai tutti li prezzi fare 9900. baiocchi.

6. VNO con 400. scudi vuole comprare 400. lib. di varie spetie, come dire, garofoli, pepe, cannella, zenzero, noci moscate, & zaffarano, delle quali questi sono li prezzi per ordine d'ogni lib. Giulij 6. 7. 9. 11. 12. 16. Adunque quante lib. pigliarà di ciascuna sorte, per fare che habbia 400. lib. per 400. scudi? Qui come nella 4. questione è stato detto, s'hà da ritrouare il prezzo mezzano di vna lib. alquale si deue fare l'alligatione, in questo modo. Se 400. lib. vagliono 400. scudi, che valerà 1. lib. & ritrouarai vn' scudo. cioè 10. giulij. Ma perche, come hauemo detto, si possono fare varie alligationi, legaremo primi Questione 6.

		Prezzi.	*Differenze.*	
Prezzo mezzano. 10.	*Garof.*	6.	1.	6.
	Pepe.	7.	2.	6.
	Cannella.	9.	2.	
	Zenzero.	11.	4.	
	Noci moscate.	12.	3.	1.
	Zaffarano.	16.	4.	3.
			32.	
			Somma delle differenze.	

mali

ma li garofoli co'l zenzero, & zaffarano. Dopò il pepe con le noci moscate, & zaffarano. Vltimamente la cannella con le noci moscate, come tu vedi esfere fatto qui. Dopò diremo; Se la somma 32. delle differenze dà 400. lib. che darà ciascuna differenza 7. 8. 2. 4. 4. & 7? come qui vedi.

32. 400.	7?	fanno	$87\frac{1}{2}$.	Di garofoli.
	8?		100.	Di Pepe.
	2?		25.	Di cannella.
	4?		50.	Di Zenzero.
	4?		50.	Di noci moscate.
	7?		$87\frac{1}{2}$.	Di Zaffarano.

Imperoche ritrouarai 400. lib. che valeranno 400. scudi, & ciascheduna lib. costarà 10. giulij. Il che prouarai, come nella precedente questione è stato detto.

Si possono fare in questa questione molte altre diuerse alligationi, come in questi quattro essempi qui posti si vede.

Prezzo mezzano	Prezzi	Differenze
10.	6.	1. 2. 6.
	7.	1. 2. 6.
	9.	1. 2. 6.
	11.	4. 3. 1.
	12.	4. 3. 1.
	16.	4. 3. 1.
		51.
		Somma delle differenze

Prezzo mezzano	Prezzi	Differenze
10.	6.	1.
	7.	2.
	9.	6.
	11.	4.
	12.	3.
	16.	1.
		17.
		Somma delle differenze

Prezzo mezzano	Prezzi	Differenze
10.	6.	6.
	7.	2.
	9	1.
	11.	1.
	12.	3.
	16.	4.
		17.
		Somma delle differenze

Prezzo mezzano	Prezzi	Differenze
10.	6.	2.
	7.	1.
	9.	6.
	11	3.
	12	4.
	16	1.
		17.
		somma delle Differenze.

Perche nel primo ciascheduno delli tre primi prezzi è legato con tutti li tre vltimi. Et nel secondo, il primo con il quarto, & il secondo con il quinto, & il terzo con il sesto. Dopò nel terzo, il primo con il sesto, & il secondo con il quinto, & il terzo con il quarto. Nel quarto finalmente, il primo con il quinto, & il secondo con il quarto, & il terzo con il sesto. Et così in simili questioni possono essere fatte piu alligationi tra di loro diuerse.

7. Vno vuole vna statua d'argento di 300. lib. Se gli offeriscono due sorti di argento. La libra del primo vale 30. scudi, del secondo 20. li quali così tra di loro vuole mescolare, che 1. lib. costi 24. scudi. Quanto adunque pigliarà di ciascheduno argento, acciò che habbia 300. lib. ogni una delle quali costi 24. scudi? Così starà l'alligatione, come qui vedi. Di adūque; Se la somma 10. delle diffe- Questione 7.

Prezzo di mezzo	Prezzi	Differenze
24.	30.	4.
	20.	6.
		10.
		Somma delle Differenze

renze dà 300. lib. che darà ciascheduna differenza 4.& 6? come qui vedi.

10.	300.	4?	fanno	120. Del primo Argento.
		6?		180. Del secondo Argento.

Perche così ritrouarai 300. lib. di argento, delle quali ciascheduna vale 24. scudi. Il che prouarai, come nella questione 5. è stato detto.

REGOLA DEL FALSO DI SEMPLICE POSITIONE. Cap. XXII.

FRA le altre regole dell'Aritmetica non tiene l'vltimo luogo la regola del falso, che cosi si chiama, non perche c'insegni il falso, ma perche dal falso posto & imaginato da noi ce ne mostri à cauare il vero: Il che fà, ponendo qual si voglia numero, che pare di douere sodisfare alla questione proposta, ancorche veramente non sodisfaccia. Et è questa regola di due sorti. Perche l'vna si chiama di semplice positione, nella quale si fà vna positione solamente di vn numero, che si crede douer sodisfare alla questione: & l'altra si domanda di doppia positione, cioè nella quale si fanno due positioni di due numeri, delli quali l'vno & l'altro si pésa, che debbia sodisfare alla questione. *La regola del falso, perche cosi detta.* *La regola del falso è di due sorti.*

MA trà queste due regole è gran differenza. Peroche tutto quello, che si scioglie per la prima, si può sciorre anco per la seconda, ma non all'incontro. Perche infinite quasi questioni si risoluono per la seconda, che à niun modo si possono districare per la prima. Imperoche sotto la prima si contengono solamente quelle questioni, nelle quali s'esprimono tali parti, ouero numeri, che hanno la medesima proportione ne i numeri piccoli, che ne i grandi. Quali sono $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{8}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{7}$. $\frac{3}{4}$. &c. Di piu li numeri dupli, tripli, quadrupli, &c. Si che assai sarebbe, se si esplicasse solamente la seconda regola. Ma perche per la prima moltissime questioni si sciogliono molto piu breuemente, che per la seconda, trattaremo breuemente dell'vna & dell'altra, cominciando dal la prima, come piu facile. *La differenza che è tra le due regole del falso.* *Nota.*

PROPOSTA adunque qual si voglia questione da sciorsi per la regola del falso di vna semplice positione, pongasi qual si voglia numero, che si creda *La regola del falso di sẽplice positione in che modo si faccia.*

da sia per sodisfare alla questione; & questo essamini secondo il tenore della questione. Imperoche se ogni cosa s'accordarà, il numero posto sarà quello, che si cerca. Ma se la cosa starà altrimente, sarà stata falsa la positione del numero da noi imaginato. Per il che da q̃sto falso s'hauerà da cauare il vero con l'aiuto dalla regola del tre, si come nelli essẽpi si esplicarà.

Questione 1. TRE si accordano di volere cõprare vna casa per 2700. scudi. Il secõdo vuole dare il doppio piu che'l primo, & il terzo tre volte piu ch'el secondo. Quanto adunque ciascheduno spenderà? In questa questione niente altro si cerca, se non, che il numero 2700. si partisca in tre parti, con questa conditione, che la seconda sia doppia della prima, & la terza tripla della seconda. Poni adunque, che il primo paghi quanti scudi ti pare, cioè scudi 6. Adunque secondo il tenore della questione, il secondo darà 12. cioè il doppio del primo, & il terzo darà 36. cioè il triplo del secondo. Ma tutti questi tre numeri fanno 54. scudi, douendo secondo la questione fare 2700. Di adunque; Se 54. prouennero dalla falsa positione di 6. scudi del primo, da qual vero ponimẽto prouerranno 2700? & ritrouarai il primo hauer dato 300. scudi, & perciò il secondo 600. & il terzo 1800. i quali tre numeri tutti fanno 2700.

Si potrebbe ancora ritrouare li denari del secondo, & del terzo dal ponimento dell'vno & dell'altro, dicendo così. Se 54. vengono dalla falsa positione di 12. scudi del secondo, & dalla falsa positione di 36. scudi del terzo, da che verranno 2700? Imperoche si ritrouarebbe li denari del secondo essere scudi 600. & del terzo 1800. ma è piu espediente, che si cerchi per la regola del tre, li denari d'vno solamente. Perche da questi cõ facilità si ritrouarãno li denari dell'altri, secondo il tenore della questione.

LI medesimi numeri apunto haueresti ritrouato, se per il primo hauessi posto vn'altro numero che 6. & perciò per il secondo vn'altro che 12. & per il terzo vn'altro che 36.

2. DOMANDATO vno, quãti denari hauesse in cassa, rispose di non saperlo, ma questo di certo hauere inteso dal suo fattore, che $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. & $\frac{1}{5}$. del suo denaro faccino à punto 4700. scudi. Quãti denari adũque ne' ha hauuto costui? Qui si cerca vn numero, del quale $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. & $\frac{1}{5}$. insieme faccino 4700. Poni adunque colui hauere 60. scudi. (Et per fuggire li numeri rotti piu che si può, sempre si deue porre vn numero, che contenga li rotti espressi nella questione, come nel cap. 10. habbiamo insegnato, quale qui è il 60.) del quale $\frac{1}{3}$. è 20. & $\frac{1}{4}$. 15. & $\frac{1}{5}$. 12. quali parti tutte fanno 47. douendo secondo la questione fare 4700. Di adonque; Se 47. prouennero da 60. il qual numero falsamẽte hauemo posto, da qual verrãno 4700? & ritrouaremo che da 6000. & tãti scudi haueua nella cassa. Perche $\frac{1}{3}$. contiene 2000. & $\frac{1}{4}$. 1500. & $\frac{1}{5}$. 1200. quali parti tutte fanno 4700. Questione 2.

3. DOMANDATO vn maestro di scola, quãti scolari haueua, rispose se io ne hauesse di piu vna volta tãti quãti ne hò, & se ne aggiongesse $\frac{1}{2}$. di essi, & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. & di piu 1. ne hauerei 112. Adũque quãti scolari haueua? Questa questione così ꝓposta nõ si può districare per questa regola, per amor che l'vnità, de la quale nell'vltimo luogo si fa mentione, nõ puo hauere la medesima proportione cõ $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. & con il doppio d'vn numero picciolo, che hà con le medesime parti, & co'l doppio d'vn numero grãde, ma se si leuarà 1. dal numero 112. che nella questione si deue produrre, all'hora si sciorrà la questione proposta. Perche all'hora non si cerca altro, che vn numero, il quale due volte preso insieme cõ $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. di esso facci 111. Perche se alla fine s'aggiongerà 1. si farà 112. Poni adunque colui hauere hauuto 12. scolari. Se adunque s'aggiongeranno altre tanti scolari, n'hauerà 24. Et se di nuouo s'aggiongerà $\frac{1}{2}$. di loro, cioè 6. & $\frac{1}{3}$. cioè 4. & $\frac{1}{4}$. cioè 3. n'hauerà 37. Ma doueuano essere 111. accioche aggiontoli 1. ne hauesse 112. Di adunque; Se 37. vẽnero da 12. da che verranno 111? Et ritrouarai quello hauere hauuto 36. Questione 3.

scolari. Perche se s'aggionge altre tanti, ne hauerà 72. alli quali se s'aggiongerà $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. cioè 18. 12. & 9. si faranno 111. aggiontoli finalmente 1. si faranno 112.

Questione 4.

4. Vno hà compro vn cauallo, vn giardino, & vna casa per 5000. scudi con questo patto, che'l giardino li costi quattro volte piu che'l cauallo, & la casa cinque volte piu che'l giardino. Quanto adunque comprò il cauallo, & quanto il giardino, & quãto la casa? Qui si cerca, che'l numero dato 5000. si diuida in tre parti in tal modo, che la seconda sia quadrupla della prima, & la terza quintupla della seconda. Et è questa questione simile alla prima. Poni adunque il cauallo valere scudi 30. Il che posto, valerà il giardino 120. scudi, & la casa 600. li quali numeri tutti fanno 750. Ma douerebbono fare 5000. Di adonque; Se 750. prouennero da 30. da che verranno 5000? Et ritrouarai 200. & tanti scudi fu compro il cauallo, & per ciò'l giardino costò scudi 800. & la casa 4000. li quali numeri tutti fanno 5000. scudi.

Questione 5.

5. Vno andando da Venetia in Gerusalem per visitare il santo Sepolcro, spese nel viaggio $\frac{2}{3}$. & $\frac{1}{5}$. delli suoi denari: ma ritornato à casa ritrouò esserli auanzati scudi 36. Quanti denari adunque portò seco colui? Qui si cerca vn numero, del quale se si leuano $\frac{2}{3}$. & $\frac{1}{5}$. restino 36. Poni colui hauere hauuto scudi 300. dal qual numero se tu ne leui $\frac{2}{3}$. cioè 200. & $\frac{1}{5}$. come dire, 60. ne restano 40. & ne doueuano restare solamente 36? Di adunque; Se 40. vennero da 300. da che verranno 36? & ritrouarai 270. & tanti scudi hebbe. Perche leuati $\frac{2}{3}$. cioè 180. & $\frac{1}{5}$. come dire, 54. ne restano 36.

Nota.

Che se alle uolte auuerrà, che le parti espresse nella questione eccedino l'vnità, & che per ciò non si possino sottrarre dal numero posto, sarà la questione impossibile. Come se dicesse alcuno. Dammi vn numero, che se da quello ne caui $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{5}$. rimanghino 36. sara la questione impossibile. Perche $\frac{2}{3}$. & $\frac{3}{5}$. eccedono l'vnità, & per questo non si possono

cauare

cauare dal numero 300. da noi posto. Perche $\frac{2}{3}$. sono 180. & $\frac{3}{5}$. sono ancora 180. le quali parti insieme fanno 360. il quale non si può leuare dal 300.

Questione 6.

6. Cerchisi vn numero, del quale $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{5}$. & $\frac{1}{6}$. faccino 522. Poni quel numero essere 60. del quale $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{5}$. & $\frac{1}{6}$. cioè, 30. 20. 15. 12. & 10. fanno 87. Et noi vogliamo 522. Di adunque; Se 87. vennero da 60. da che verranno 522? & ritrouarai 360. Perche $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{5}$. & $\frac{1}{6}$. di questo numero 360. sono 180. 120. 90. 72. & 60. che fanno 522.

Questione 7.

7. Vno ad'vn'altro, che gli domãdaua, quanti denari hauesse, rispose, di hauer tanti scudi, che se à quelli s'aggiongesse $\frac{1}{2}$. di quelli, & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. & di piu 100. scudi, farebbono 300. scudi. Adunque quanti denari hebbe? Accio che questa questione si risolua per questa regola, s'hanno prima da leuare li 100. scudi dalli 300. si come habemo detto nella 3. questione, & ricercare vn numero, che aggiongendo segli $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. di esso si faccino 200. cioè il numero, che resta dopò d'hauer cauati 100. dal 300. Percioche all'hora aggiontoli 100. si faranno 300. come si propone nella questione. Poni adunque quel numero essere 24. del quale $\frac{1}{2}$. è 12. & $\frac{1}{3}$. 8. & $\frac{1}{4}$. 6. le quali parti tutte aggionte à 24. fanno 50. Et noi vogliamo che faccino 200. Di adunque; Se 50. nacquero da 24. da che risultarano 200? Et ritrouarai 96. & tãta fu la somma delli scudi. Perche $\frac{1}{2}$. cõtiene 48. & $\frac{1}{3}$. 32. & $\frac{1}{4}$. 24. li quali numeri tutti fanno 104. & aggionti à 96. fanno 200. al qual numero se finalmente li s'aggiongeranno 100. si faranno 300.

Questione 8.

8. Vno volendo macinare 500. rubij di grano, andò da vn'molinaro, che haueua 5. macine, la prima delle quali per hora macinaua 7. rubij, la seconda 5. la terza 4. la quarta 3. la quinta 1. In quanto tempo adunque tutto il grano si macinarà, adoprandosi tutte le macine, & quanto grano se ne deue porre sopra ciascheduna macina? Poni in 4. hore. Il che posto, la prima mola macinarà 28. rubij, la seconda 20. la terza 16. la quarta 12. & la quinta 4. li

quali rubij tutti fanno 80. Ma come dice la questione, deuono essere 500. Di adunque; Se 80. Rubij nacquero da 4. hore, da quãte hore risultaranno 500. rubij? & ritrouarai 25. hore. Perche in tante hore la prima mola macinarà 175. rubij, la seconda 125. la terza 100. la quarta 75. & la quinta 25. li quali in tutto sono 500. rubij. Et tanti rubij s'hãno da mettere in ciascheduna mola, quanti rubij essa macina in 25. hore.

Questione 9. VNO essendo andato a vna certa fiera, hà guadagnato con li denari, che portò con seco, tãto, che il guadagno insieme con li denari che portò, fu tre volte piu delli denari portati seco. Et dopò con questi denari in altre fiere hà guadagnato tanti denari, che il guadagno insieme cõ li denari portati à queste altre fiere fu cinque volte piu di q̃sti denari. Finalmẽte con questi denari in altre fiere hà guadagnato tanto, che il guadagno insieme con li denari, che vltimamente haueua, fu quattro volte piu di questi denari; & ritrouò dopò, che haueua 40000. scudi. Quanti denari adunque portò alla prima fiera? In questa questione si cerca vn numero, che moltiplicato per 3. & il numero prodotto per 5. & questo numero prodotto per 4. facci 40000. Poni quel numero essere 10. il quale se la moltiplicarai per 3. farai 30. per il guadagno insieme co'l denaro nelle prime fiere. Et se moltiplicarai 30. per 5. farai 150. per il guadagno insieme co'l denaro nelle secõde fiere. Et se finalmente moltiplicarai 150. per 4. farai 600. per il guadagno insieme cõ il denaro nelle terze fiere. Ma noi hauemo detto, colui hauer trouato nelle terze fiere 40000. scudi. Di adũque; Se 600. nacquero da 10. da che verranno 40000. & ritrouarai $666\frac{2}{3}$. & tanti scudi portò seco colui alle prime fiere. Perche se moltiplicaremo $666\frac{2}{3}$. per 3. faremo 2000. per il guadagno & denaro nelle prime fiere. Dopò se moltiplicaremo 2000. per 5. produrremo 10000. per il guadagno & denaro nelle seconde fiere. Et finalmente se moltiplicaremo 10000. per 4. produrremo 40000. per il guadagno & denaro nelle terze fiere.

CER-

10. CERCHISI vn numero, che moltiplicandolo per 4. & il numero prodotto per 3. & questo numero prodotto per 6. & à questo numero prodotto aggiũgendo 10. si faccia 800. Questa questione per questa regola non si può sciorre, se prima non si leua 10. dal 800. per la ragione detta nella terza questione. Caui adunque 10. dal 800. & rimarrà 790. & questo numero è quello, che s'ha da produrre dalle moltiplicationi espresse nella questione. Perche se à quello si aggiongerà 10. si farà il numero 800. Poni il numero, che si cerca, essere 10. Il quale se lo moltiplicarai per 4. farai 40. il qual numero moltiplicato per 3. farà 120. Finalmẽte questo numero moltiplicato p 6. produrrà 720. Ma doueua produrre 790. Di adũque; Se 720. nacquero da 10. di che si produrranno 790? & ritrouarai $10\frac{5}{6}\frac{5}{6}$. & questo è il numero, che si cerca. Perche se moltiplicarai $10\frac{5}{6}\frac{5}{6}$. per 4. farai $43\frac{8}{9}$. il qual numero di nuouo moltiplicato per 3. farà $131\frac{2}{3}$. il quale se finalmẽte moltiplicarai per 6. produrrai 790. & aggiontoli 10. hauerai 800. Questione 10.

11. VN vecchio ad vno, che li domãdaua della sua età, rispose, di hauere tanti anni, che se à quelli s'aggiõgesse $\frac{1}{2}$. di quelli che hà, & dalla somma si leuasse $\frac{1}{4}$. di quella; ne hauerebbe 99. anni. Quãti anni adunque hebbe? Qui s'hà da ritrouare vn numero, al quale se si aggiõgerà $\frac{1}{2}$. di quello, & della somma si cauarà $\frac{1}{4}$. della medesima somma, ne auãzi il numero 99. Poni colui hauere hauuto 80. anni. Se adũque si aggiongerà $\frac{1}{2}$. di quelli, cioè 40. anni, si faranno 120. dalli quali se si leuarà $\frac{1}{4}$. cioè 30. auanzaranno 90. Ma si dice, douere auanzare 99. Di adunque; se 90. nacquero da 80. da che nasceranno 99? & ritrouarai 88. & tãti anni hebbe quel vecchio. Perche se à quelli aggiongerai $\frac{1}{2}$. di quelli, cioè 44. farai 132. dalli quali se ne leuarai $\frac{1}{4}$. cioè 33. ne rimarranno 99. Questione 11.

12. APPARISCE la sommità d'vna torre di 24. palmi, & dice vno, che $\frac{1}{3}$. & $\frac{2}{5}$. della medesima torre sono coperti dalli edifitij, che li stanno attorno. Adunque quanta è l'altezza di tutta la torre? Questione 12.

Qui

Qui s'ha da cercare vn numero, che ſe da quello ſe ne leui $\frac{1}{3}$.& di piu $\frac{2}{5}$. reſtino 24. Poni quello numero eſſere 30. dal quale ſe leuarai $\frac{1}{3}$. cioè 10. & $\frac{2}{5}$. cioè 12. reſtano 8. Ma noi vogliamo, che rimanghino 24. Di adunque; Se 8. naſcono da 30. da che naſceranno 24? & ritrouarai 90. & tanta è l'altezza della torre. Perche ſe leuarai $\frac{1}{3}$. & $\frac{2}{5}$. cioè 30. & 36. rimarranno 24.

Queſtione 13. 13. E VNA haſta, della quale $\frac{1}{3}$. è bianco, & $\frac{1}{5}$. è nero, & $\frac{2}{9}$. ſono di colore azurro, & ne auanzano 12 palmi roſsi. Quāta è adunque la longhezza di quell' haſta? Qui ancora s'ha da cercare vn numero, che ſe da quello ſi leuarà $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{5}$. & $\frac{2}{9}$. quello, che auanza, ſia 12. Poni quel numero eſſere 45. dal quale ſe leuerai $\frac{1}{3}$. cioè 15. & $\frac{1}{5}$. cioè 9. & $\frac{2}{9}$. cioè 10. ne rimangono 11. Ma ne doueuano reſtare 12. Di Adonque; Se 11. nacquero da 45. da che riuſciranno 12? & ritrouarai 49 $\frac{1}{11}$ & di tanti palmi è la lōghezza di quell'haſta. Perche $\frac{1}{3}$. di quella contiene palmi 16 $\frac{4}{11}$. ma $\frac{1}{\;}$. contiene 9 $\frac{9}{11}$. & $\frac{2}{9}$. ſono palmi 10 $\frac{10}{11}$. li quali numeri tutti leuati dalla lōghezza dell'haſta di palmi 49 $\frac{1}{11}$. rimangono 12. palmi.

Queſtione 14. 14. VNO per 30. braccia di panno bianco, & 40. braccia di panno nero ſpeſe ſcudi 660. & coſtò ogni braccio di panno nero il doppio piu di ciaſcun braccio di panno bianco. Quanto adunque coſtò vn braccio di panno bianco, & quanto vn braccio di panno nero? Poni vn braccio di panno bianco eſſere coſtato 4. ſcudi, & perche il prezzo di vn braccio di panno nero è doppio maggiore, è neceſſario, vn braccio di panno nero eſſere coſtato ſcudi 8. Dalche ſiegue, che 30. braccia di pāno bianco coſtano 120. ſcudi, & 40. braccia di panno nero vagliano ſcudi 320. li quali ſcudi tutti fanno ſcudi 440. Ma noi hauemo detto, che ha ſpeſo ſcudi 660. Di adunque; Se 440. nacquero da 4. da che naſceranno 660? & ritrouarai 6. ſcudi per il prezzo d'vn braccio di panno bianco, & percio ſcudi 12. per il prezzo d'vn braccio di panno nero. Perche in queſto modo 30. braccia di panno bianco coſtaranno ſcudi 180. & 40. braccia di panno nero valeranno ſcudi 480. li quali ſcudi tutti fanno ſcudi 660.

REGOLA DEL FALSO DI DOPPIA POSITIONE. Cap. XXIII.

La regola del falſo di doppia poſitione come ſi faccia.

PROPOSTASI qual ſi voglia queſtione da diſtricarſi per la regola del falſo di doppia poſitione, pongaſi qual ſi voglia numero ò piccolo ò grande, il quale ſi eſſamini ſecōdo il tenore della queſtione. Perche ſe ſarà conforme a quello, che ſi cerca, ſarà ſciolta la queſtione; ma ſe non, ſi notarà l'eccesſo, ouero'l difetto, cioè quello, in che dal vero ci diſcoſtiamo, inſieme con la lettera P. ouero M. delle quali quella ſignifica Piu, & queſta Meno, ſecondo che'l errore auanza il vero, ò manca da quello. Dopò pongaſi di nuouo qualche altro numero ò maggiore ò minore del primo, il quale ſi eſſamini nel medeſimo modo, &c. Perche da queſta doppia poſitione, & doppio errore, ſi cauarà il vero, che ſi cerca, in queſto modo.

Quando l'vna & l'altra poſitione eccede la verità ò da quella mancà, ſi fa la ſottrattione d'vn errore dal l'altro, &c.

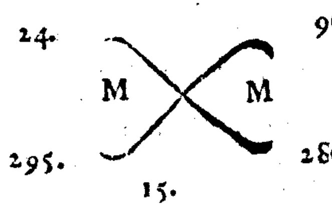
SE nell'vna & l'altra poſitione l'errore è fatto per eccesſo, ò per mancamēto, ſottraggaſi il minore errore dal maggiore, & il numero, che reſta, ſi ſerbi per il partitore. Dopò il numero poſto la prima volta ſi moltiplichi per il ſecōdo errore, & il numero la ſeconda volta poſto ſi moltiplichi per il primo errore; & il minor numero prodotto ſi caui dal maggiore. Perche ſe il numero, che reſta, ſi diuiderà per il partitore gia ritrouato, cioè per la differenza delli errori, ci darà il Quotiente il numero deſiderato, che ſodisfarà alla queſtione propoſta.

Quando vna positione eccede, & l'altra manca dal la verità, si sommano insieme li errori, &c.

Ma se nell'vna positione si farà errato per eccesso, & nell'altra per difetto, s'haueranno da raccorre li due errori in vna somma per fare il partitore. Et similmente s'haueranno da raccorre in vna somma quelli due numeri, che dalla moltiplicatione delli numeri posti per li errori, come è stato detto, si produrranno, per fare il numero, che s'ha da diuidere, &c. Il che si farà chiaro, & manifesto dalle questioni.

Questione I.

I. Cerchisi vn numero, che cauandosi dal la metà sua il $\frac{1}{3}$. & il $\frac{1}{4}$. rimanghino 300. Pongasi il numero 24. cioè, che habbia la parte $\frac{1}{2}$. espressa nella questione, & che $\frac{1}{2}$. di quello contenga l'altre parti espresse, cioè $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. acciò si schifino li rotti il piu che sia possibile. Il qual numero facilmente si ritrouarà, se si farà vn numero, che habbia l'vltimi rotti, & quello poi si radoppiarà. Suolsi questo numero la prima volta pigliato porre dalla banda sinistra nella superior parte d'vna croce à questo effetto costrutta, & l'errore nella parte inferiore dalla medesima banda sinistra, & finalmente la lettera P. ouero M. secondo che quello errore hà superato il vero, ò da quello mãcato, in mezo della medesima parte sinistra. Non altrimente il numero la seconda volta



il partitore.

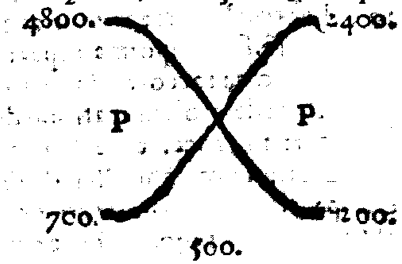
posto con l'errore, & la lettera P. ouero M. si suole collocare dalla parte destra della medesima croce, come vedi esser fatto nel nostro essempio. Questo numero proposto 24. così si essaminarà secondo il tenore della questione. Il $\frac{1}{2}$ di quello è 12. dal qual numero s'hà da sottrarre $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. Il $\frac{1}{3}$. del numero 12. è 4. & $\frac{1}{4}$. è 3. li quali numeri leuati dal 12. ne restano 5. Ma doueuano restare 300. Hauemo adunque errato dalla verità per mancamento di 295. vnità; & però questo errore s'ha da notare con

con la lettera M.

Ponesi la seconda volta il numero 96. il quale così si essaminarà secondo 'l tenore della questione. Il $\frac{1}{2}$. di quello è 48. & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. di questo numero 48. sono 16. & 12. che cauati da 48. lasciano 20. ma doueuano lasciare 300. Adunque habbiamo di nuouo mancato dalla verità in 280. vnità; & perciò questo errore s'ha da notare ancora con la lettera M.

Hora perche nell'vno & l'altro ponimento hauemo mancato dalla verità; sottrarremo il minor errore del maggiore, & rimarrà il partitore 15. che scriueremo nella parte inferiore della croce. Dopò moltiplicaremo il numero 24. posto la prima volta per 280. cioè per il secondo errore, & il numero 96. la seconda volta posto per 295. cioè per il primo errore, & sottrarremo il minor numero prodotto 6720. dal maggiore 28320. & restarà il numero 21600. che s'ha da partire. Perche questo numero diuiso per il partitore 15. ritrouato darà il Quotiente 1440. che è il numero desiderato. Perche $\frac{1}{2}$. di esso è 720. & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. di questo numero 720. sono 240. & 180. li quali numeri cauati da 720. lasciano 300. come nella questione si proponeua.

Ma sciogliamo questa medesima questione per due altri numeri, che eccedano la verità; & dopò per altri, delli quali l'vno ecceda la verità, & l'altro da quella manchi. Pongasi adunque la prima volta il numero 4800. del quale $\frac{1}{2}$. è 2400. & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. di questo numero 2400. sono 800. & 600. li quali numeri cauati da 2400. lasciano 1000. ma doueuano lasciare 300. solamente. Adunque habbiamo ecceduto la verità in

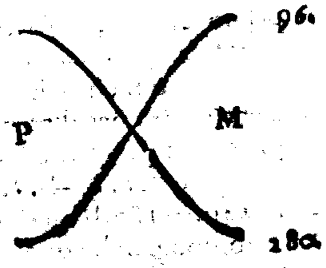


il partitore

700. vnità; & perciò scriueremo questo errore inne-

insieme con la lettera P. nella parte sinistra della croce. Pongasi la seconda volta il numero 2400. del quale il $\frac{1}{2}$.è 1200.& di questo il $\frac{1}{3}$.& $\frac{1}{4}$. sono 400. & 300. li quali numeri leuati da 1200. ne rimangono 500. Mà doueuano solamente restare 300. Adunque di nuouo habbiamo ecceduto la verità in 200. vnità. Ilquale errore notaremo similmente con la lettera P. Hora sottratto il minore errore dal maggiore, restarà il partitore 500. & fatta la moltiplicatione delli numeri posti per li errori in croce, come è stato detto: & sottratto il minore numero prodotto 960000. dal maggiore 1680000. restarà il numero 720000. che s'ha da diuidere. Il quale partito per 500. darà il Quotiente 1440. come prima.

Di nuouo poniamo la prima volta il numero 2400. il quale essaminato secōdo la questione ꝓposta, trouaremo l'eccesso 200. il quale errore si dourà scriuere cō la lettera P. Poniamo la secōda volta il numero 96. il quale essaminato al medesimo modo, ritrouaremo il difetto 280. che s'ha da scriuere cō la lettera M.



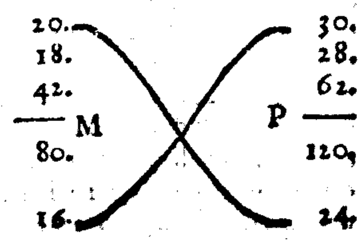
480.

Il partitore.

Et perche in vna positione habbiamo ecceduto la verità, & nell'altra mancato dal vero, s'haueranno da aggiongere insieme li errori, acciò si componga il partitore 480. Similmēte s'hauerāno da raccorre in vna somma li due numeri ꝓdotti dalla moltiplicatione delli numeri posti per li errori in croce, cioè 672000. & 19200. acciò si faccia il numero, che s'ha da diuidere, 691200. Perche partito questo numero 691200. per 480. si farà il Quotiente 1440. come prima.

Questione 4. 2. Alessandro Magno in vn ragionamento familiare, che hebbe vn giorno con Calisthene filo-

filosofo, occorrēdogli à caso (come accade) far mentione dell'età, gli parlò in questo modo. Io hò due anni piu di Efestione, ma Clito hà l'età di amendue di noi, & quattro anni di piu: Et così fra tutti tre hauiamo 96. anni, quanti apunto dicono che visse tuo padre. Quāti anni haueua adunque all'hora Alessandro, Efestione, & Clito? Qui vedi il numero 96. douersi diuidere in tre parti, in tal modo però, che la prima auāzi la secōda di due vnità, & la terza auāzi la prima & la secōda giōte insieme di quattro vnità. Ouero douersi trouare tre numeri, il primo de' quali auāzi il secōdo in due vnità, & il terzo ecceda li primi sommati insieme in quattro vnità, & che tutti tre insieme, faccino 96. Poni dunque, che Alessandro hauesse 20. anni, & perciò Efestione



40.

Il partitore.

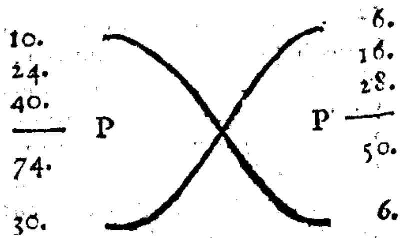
18. & Clito 42. Perche così l'età d'Alessandro viene à superare l'età d'Efestione di 2. anni, & Clito haurà l'età di tutti due, cioè 38. anni, & di piu 4. anni, come si propone nel quesito. Ma perche questi numeri 20. 18. & 42. fanno solamente 80. douendo fare 96. ne segue, che hauiamo mancato dal vero in 16. vnità. Poni adunque di nuouo, che gl'anni d'Alessandro fussero 30. & perciò quelli d'Efestione, 28. & quelli di Clito, 62. quali tutti insieme fanno 120. Ma douerebbono fare solamente 96. Hauiamo adunque ecceduto la verità in 24. vnità. Hora aggiōti insieme i numeri degl'errori, atteso che l'vno hà mancato dal vero, & l'altro ha ecceduto il vero, si farà per il partitore il numero 40. Di piu fatta la moltiplicatione di 20. per 24. & di 30. per 16. & li prodotti 480. & 480. sommati insieme si faranno 960. che partiti per 40. si verrà à fare il Quotiente 24. & tanti

sono

sono gl'anni, che haueua all'hora Alessandro Magno, & perciò secondo il tenore della questione, quelli d'Efestione furono 22. & di Clito 50. che tutti insieme fanno 96. anni.

Questione 3.

3. TRE hanno vna certa quantità di denari, cioè 44. scudi. Il secondo ne hà due volte piu che'l primo, & di piu 4. scudi; ma il terzo ne hà tanti, quanti il primo, & il secondo insieme, & di piu 6. scudi. Quanti adunque ne hà ciascuno? Qui vedi il numero 44. douersi distribuire in tre parti, di modo tale che la seconda sia doppia della prima, & contenga di piu 4. ma la terza sia vguale alla prima & seconda insieme, & contenga 6. di piu. Ouero douersi cercare tre numeri, delli quali il secondo contenga il primo due volte, & di piu 4. ma il terzo contenga il primo & secondo insieme vna volta, & di piu 6. Poni adunque il primo hauere 10. Il che posto, hauerà il secondo 24. cioè il doppio del primo, & di piu 4. ma il terzo hauerà 40. cioè tanto, quanto il primo & secondo insieme, & 6. di piu; li quali tre numeri fanno 74. Ma douerebbono fare solamente 44. Adunque si è trapassata la verità in 30. vnità. Poni di nuouo il primo hauere 6. Adunque harà il secondo 16. & il terzo



24.
Partitore.

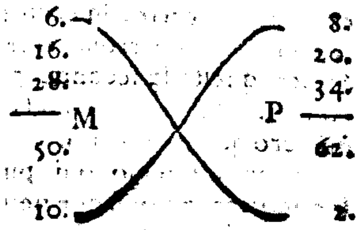
28. li quali tre numeri fanno 50. Mà doueriano fare solamente 44. Adunque si è di nuouo ecceduta la verità in 6. vnità. Hora fatta la sottrattione del minore errore dal maggiore, poiche l'vno & l'altro errore hà ecceduto la verità, rimarrà il partitore 24. Fatta di più la moltiplicatione di 10. per 6. & di 6. per 30. & sottratto quel prodotto 60. da questo 180. restarà il numero 120. che s'hà da partire: il quale partito per 24 si farà il Quotiente 5. Tanto adunque

que hà il primo, & per ciò il secondo 14. & il terzo 25. li quali tre numeri in vna somma raccolti fanno 44.

SE si moltiplicassero li numeri, che habbiamo posti hauere il secondo, & il terzo, per li medesimi errori, &c. si ritrouariano li numeri, che hanno veramente il secondo, & il terzo. Come da 24. per 6. si fanno 144. & da 16. per 30. si fanno 480. ma sottratto quel numero da questo, restano 336. il qual numero partito per il partitore 24. ritrouato, si farà il Quotiente 14. per il numero del secondo. Di piu, da 40. per 6. si fanno 240. & da 28. per 30. si fanno 840. ma sottratto quel numero da questo, restarà il numero 600. il quale partito per il partitore 24. si farà il Quotiente 25. per il numero del terzo. Ma meglio, è che ritrouato il numero del primo, si cerchino gli altri secondo'l tenore della questione, cioè in quel modo, che l'vno & l'altro numero falsamēte posto è stato essaminato. Alcuna volta nondimeno tornarà piu commodo ritrouare gl'altri numeri in quel modo, che il primo è stato ricercato, come sarà manifesto nella 6. questione.

4. SI cerchino tre numeri, che faccino 60. ma il secondo contenga il primo due volte, & di piu 4. & il terzo contenga il primo & il secondo, & di piu 6. Questione 4.

Questa questione è simile in tutto alla antecedente. Poni il primo numero essere 6. & percio il secondo 16. & il terzo 28. li quali tre numeri fanno 50. Ma doueuano fare 60. Adunque si è fatto errore per difetto in 10. Poni di nuouo il primo numero



12.
il partitore.

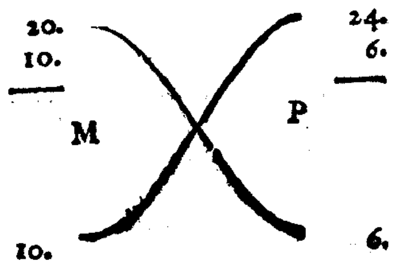
essere 8. & percio il secondo 20. & il terzo 34. li quali tre numeri fanno 62. Ma doueriano fare 60. Adunque

 que

que hauemo trapassato il vero in 2. Fà, come la regola commanda, & ritrouarài il primo numero essere $7\frac{2}{3}$. & conseguentemente il secondo $19\frac{1}{3}$. & il terzo 33. li quali tre numeri fanno 60.

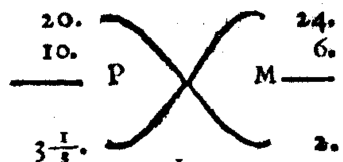
Questione 5.

5. Dividasi il numero 30. in due parti, la prima delle quali con 60. faccia vn numero triplo del numero cõposto dalla seconda parte, & da 20. Poni la prima parte essere 20. & perciò la seconda 10. La prima con 60. fa 80. & la seconda con 20. fa 30. Ma doueria il numero 80. esser triplo del numero 30. secondo la pronuntiatione dell'essempio, il che non è, ma il numero 90. è triplo al numero 30. Hauiamo mancato adunque dal vero in 10. vnità. Poni di nuouo la prima parte essere 24. & per questo la seconda 6. La prima con 60. fa 84. & la seconda con 20. fa 26. Ma doueria il numero 84. secõdo il tenore della questione, esser triplo del numero 26. il che non è, ma il numero 78. è triplo del numero 26. Adũque hauemo ecceduto la verità in 6. vnità. Fa hora come la regola cõmanda, & ritrouarai la prima parte essere. $22\frac{1}{2}$ & per questo la seconda $7\frac{1}{2}$. Imperoche la prima con 60. fa $82\frac{1}{2}$. & la secõda con 20. fa $27\frac{1}{2}$. del qual numero quello è triplo.



16.
Il partitore.

In vn'altro modo si può districare questa questione. Perche dopò che nella prima positione hauemo conosciuto, la prima parte 20. cõ 60. fare 80. & la secõda parte 10. cõ 20. fare 30. del qual numero q̃llo doueua essere triplo; s'hauerà da considerare, di qual numero sia triplo il numero 80. & trouaremo, che è triplo del numero $26\frac{2}{3}$. Onde essendo il numero 30. maggiore che $26\frac{2}{3}$. in $3\frac{1}{3}$, haueremo per questo ecceduto la verità in $3\frac{1}{3}$. Di nuouo, dopò che nella seconda positione è stato visto la prima parte 24. con 60. fare 84. & la seconda parte 6. con 20. fare 26. del qual numero quello doueria essere triplo; s'hauerà da considerare, di qual numero sia triplo il numero 84. & trouaremo che è triplo del numero 28. dal quale il numero 26. manca in due vnità. Hauemo dunque mancato dalla verità in 2. Fa hora secondo la regola, & ritrouarai la prima parte essere $22\frac{1}{2}$. & la secõda $7\frac{1}{2}$. come prima. Ma il primo modo par piu commodo, poiche per quella piu facilmente si schifano i numeri rotti.

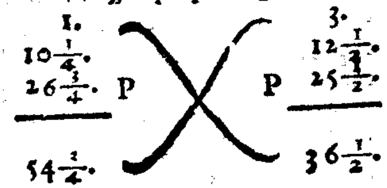


$5\frac{1}{3}$.
Partitore.

Questione 6.

6. Cerchinsi tre numeri, delli quali il primo aggionto à 73. sia doppio de gl'altri due; ma il secondo con 73. sia triplo de gl'altri, due; & finalmente il terzo con 73. sia quadruplo de gl'altri due. Poni il primo numero essere 1. ouero qual si voglia altro numero dispare, accioche aggionto à 73. faccia numero paro, cioè che possa hauere la metà senza rotto, poiche il primo con 73. deue fare vn numero doppio de gl'altri due. Perche adunque 1. con 73. fa 74. il qual numero, secondo la questione proposta, deue essere doppio de gl'altri due, è necessario, che gl'altri due insieme siano 37. Et perche il secondo con 73. deue fare vn numero triplo del primo, (che è 1.) & del terzo insieme, s'hauerà per tãto diuidere (come nella precedente questione è stato inse-

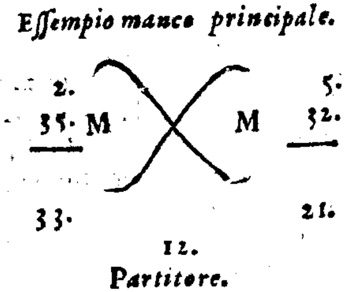
Essempio principale.



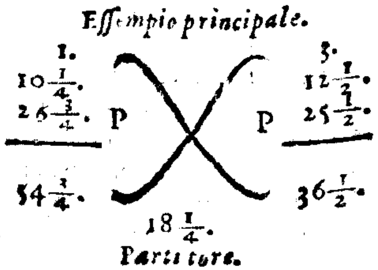
$18\frac{1}{4}$.
Partitore.

insegnato) il numero 37. in due parti, la prima delle quali con 73. faccia vn numero triplo del numero, che dalla secōda parte, & dall'1. si cōpone: Et così auāti che la proposta questione si sciolga, è necessario scioglierne vn'altra, che occorre in essa operatione.

PONI adunque la prima parte di 37. essere 2. & perciò la seconda 35. La prima parte 2. con 73. fa 75. & la seconda parte 35. con 1. fa 36. del qual numero non è triplo il numero 75. ma il numero 108. Adunque hauemo mancato dal vero in 33. vnità, concio sia che di tante vnità il nostro numero 75. sia minore del numero 108. Poni di nuouo la prima parte essere 5. & per cio' la seconda 32. La prima con 73. fà 78. & la seconda con 1. fa 33. del qual numero non è triplo il numero 78. ma il numero 99. Adunque hauemo mancato di nuouo dalla verità in 21. vnità. Fa hora secondo il precetto della regola del falso, & ritrouarai la prima parte essere $10\frac{1}{4}$. & perciò la seconda $26\frac{3}{4}$.



ADVNQVE se il primo numero della questione è 1. sarà il secondo $10\frac{1}{4}$. & il terzo $26\frac{3}{4}$. perche così il primo numero con 73. fa il doppio de gl'altri due, & il secondo con 73. fa il triplo dell'altri due. Se adunque il terzo con 73. farà il quadruplo de gl'altri due, sarà sodisfatto alla que-

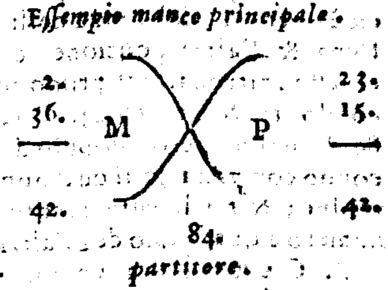


stio-

stione. Ma il terzo con 73. fa il numero $99\frac{3}{4}$. il quale non è quadruplo del numero $11\frac{1}{4}$. che si compone dal primo & secondo, ma il numero 45. è quadruplo del numero $11\frac{1}{4}$. Adunque hauemo trapassato la verità in $54\frac{3}{4}$.

HORA poni il primo numero essere 3. che con 73. fa 76. il qual numero deue essere doppio de gl'altri due. Adunque gl'altri due saranno 38. Et perche il secondo con 73. deue essere triplo del primo, (che è 3.) & del terzo insieme, s'hauerà per tanto da diuidere (come nella questione precedēte è stato insegnato.) il numero 38. in due parti, delle quali la prima con 73. faccia vn numero triplo del numero, che si compone dalla seconda parte, & dal 3.

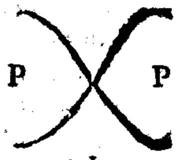
PONI adunque la prima parte di 38. essere 2. & perciò la seconda 36. La prima parte con 73. fa 75. & la secōda con 3. fa il numero 39. del quale il numero 75. non è triplo, ma il numero 117. Adunque hauemo mancato dalla verità nel numero 42. Poni di nuouo la prima parte essere 23. & conseguentemente la seconda 15. La prima con 73. fa 96. & la seconda con 3. fa 18. del qual numero non è triplo il numero 96. ma il numero 54. Adunque hauemo trapassato il vero in 42. Fa secondo la regola del falso, & ritrouarai la prima parte essere $12\frac{1}{2}$. & conseguentemente la seconda $25\frac{1}{2}$.



ADVNQVE se'l numero primo della questione proposta è 3. il secōdo sarà $12\frac{1}{2}$. & il terzo $25\frac{1}{2}$. Perche così il primo con 73. fà il doppio de gl'altri due, & il secondo con 73. fa il triplo de gl'altri due. Se adunque il terzo con 73. farà il quadruplo de gl'altri due, sarà sciolta la questione. Ma il terzo con 73. fa il numero 98 $\frac{1}{2}$. il qual non è quadruplo del numero 15 $\frac{1}{2}$. che è composto dal primo 3. & dal secõdo 12 $\frac{1}{2}$. mà il numero 62. Adunque hauemo ecceduto il vero in 36 $\frac{1}{2}$.

Essempio principale.

1. 10 $\frac{1}{4}$. 26 $\frac{3}{4}$. —— 54 $\frac{3}{4}$.

P  P

3. 12 $\frac{1}{2}$. 25 $\frac{1}{2}$. —— 36 $\frac{1}{2}$.

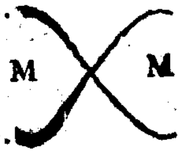
18 $\frac{1}{4}$.

Partitore.

Hora se moltiplicarai li primi numeri per li errori in croce, & similmente li secondi, & li terzi, (per che piu commodamente si ritrouarãno il secondo & il terzo in questo modo, che se li vorremo ricercare dal primo ritrouato: imperoche qui sarrebbe necessario valersi della questione precedente) & fatta la sottrattione, diuiderai li numeri, che rimangono, per il partitore ritrouato 18 $\frac{1}{4}$. cioè per la differenza delli errori, poiche nell'vna & l'altra positione è stato sempre fatto eccesso, ritrouarai il primo numero essere 7. il secondo 17. & il terzo 23. Perche il primo con 73. fa 80. il qual numero è doppio de gl'altri due: ma il secondo con 73. fa 90. il qual numero è triplo de gl'altri due; & finalmente il terzo con 73. fa 96. il qual numero è quadruplo de gl'altri due.

Questione 7. 7. Cerchisi vn numero, che moltiplicato per 3. & al prodotto aggiontoli 10. & questa somma moltiplicata per 4. & al prodotto aggiontoli 20. & questa somma moltiplicata per 5. & al prodotto aggiontoli 30. & finalmẽte questa somma moltiplicata per 6. & al prodotto aggionto li 40. si produchi questo numero 6700.

2. 3.

M  M

3960. 3600.

360.

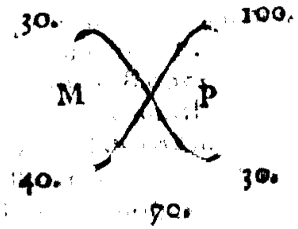
Partitore.

Fingi quel numero essere 2. che moltiplicato per 3. fa

fa 6. & aggiontoli 10. fa 16. & questa somma moltiplicata per 4. fa 64. & aggiontoli 20. fa 84. In oltre questa somma moltiplicata per 5. fa 420. & aggiontoli 30. fa 450. Finalmente questa somma moltiplicata per 6. fa 2700. & aggiontoli 40. fa 2740. Ma doueua questa vltima somma essere 6700. Habbiamo adunque mancato dalla verità in 3960. Di nuouo fingi il medesimo numero essere 3. che moltiplicato per 3. fa 9. & aggiontoli 10. fa 19. & questa somma moltiplicata per 4. fa 76. & aggiontoli 20. fa 96. Di piu, questa somma moltiplicata per 5. fa 480. & aggiontoli 30. fa 510. Finalmente questa somma moltiplicata per 6. fa 3060. & aggiontoli 40. fa 3100. Ma doueuamo fare 6700. Adunque di nuouo hauemo mancato dalla verità in 3600. Fa secondo la regola, & ritrouarai il numero cercato essere 13. Perche questo numero moltiplicato per 3. fa 39. & aggiontoli 10. fa 49. Questa somma moltiplicata per 4. fa 196. aggiontoli 20. fa 216. la qual somma moltiplicata per 5. fa 1080. & aggiontoli 30. fa 1110. la qual somma finalmente moltiplicata per 6. fa 6660. & aggiontoli 40. fa 6700.

8. Vn maestro di scola hà tanti scolari, che, se ciascheduno pagarà scudi 5. gli manchino scudi 30. per comprare la casa, nella quale habita; ma se ciascheduno darà 6. scudi, gl'auanzino 40. scudi oltra il prezzo della casa. Quanti scolari adunque hà, & quanto è il prezzo della casa? Qui niẽte altro si cerca, che vn numero, che moltiplicato per 5. faccia tal numero, che aggiontoli 30. faccia la medesima somma, la quale rimane, se il medesimo numero si moltiplica per 6. & dal prodotto si cauano 40. Poni adunque quel numero de i scolari essere 30. che moltiplicato per 5. fa 150. & aggiontoli 30. fa 180. Tãto adũque li costerà la casa, se n'hauerà 30. scolari, delli quali ciascheduno paghi 5. scudi. Hora vediamo, se auanzano 40. scudi oltra questo prezzo, se ciascheduno pagarà 6. scudi. Moltiplica adunque il medesimo numero delli 30. scolari per 6. & farai 180. Questione 8.

ſcudi 5 & auanzarà nulla oltra il prezzo della caſa. Ma doueuano auanzare ſcudi 40. Adunque hauemo mancato dalla verità in 40. Di nuouo fingi il numero delli ſcolari eſſer 100. che moltiplicato per 5. fà 500. & aggiontoli 30. fà 530.

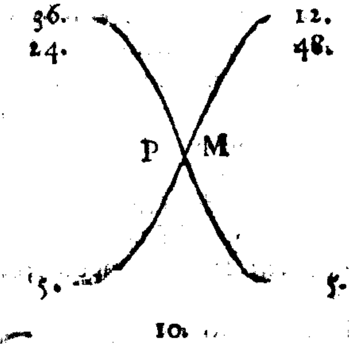


Partitore.

Tanto adunque coſtarà la caſa, ſe harà 100. ſcolari, delli quali ciaſcheduno paghi ſcudi 5. Hora vediamo, ſe auanzano 40. ſcudi oltra queſto prezzo della caſa, ſe ciaſcheduno darà 6. ſcudi. Moltiplica dunque il medeſimo numero delli 100. ſcolari per 6. & farai 600. & auanzano 70. ſcudi oltra il prezzo di ſcudi 530. della caſa. Ma doueuano auanzare ſolamente 40. Adunque hauemo ecceduto la verità in 30. Opera ſecondo la regola del falſo, & ritrouarai il numero delli ſcolari eſſere 70. Perche queſto numero moltiplicato per 5. fa 350. & aggiontoli 30. fa 380. Tanto adunque è il prezzo della caſa. Il medeſimo numero 70. delli ſcolari moltiplicato per 6. fa 420. il qual numero eccede il prezzo della caſa di ſcudi 380. in 40. come la queſtione vuole.

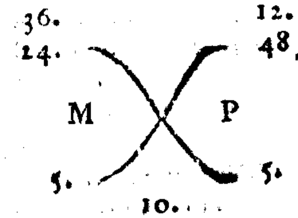
Queſtione 9. 9. Dva doueuano partire vgualmente trà di loro 60. ſcudi. Ma eſſendo nato diſparere trà eſſi, ciaſcuno ne hà tolti quãti hà poſſuto. Ma dipoi eſſendo pacificati, il primo poſe giu il $\frac{1}{4}$. de ſuoi denari, & il ſecondo il $\frac{1}{3}$. delli ſuoi; & auuẽne, alhora, che tanto il primo pigliando quel $\frac{1}{3}$. del ſecondo, quanto il ſecõdo, pigliando quel $\frac{1}{4}$. del primo, ne haueſſe 30. ſcudi. Quanti adunque n'haueua tolto ciaſcuno di loro la prima uolta? Poni che il primo pigliaſſe 36. ſcudi, & perciò il ſecondo gl'altri 24. Se adunque il primo porrà giu il $\frac{1}{4}$. cioè 9. ſcudi, gli reſtaranno in mano 27. ſcudi, à i quali ſe aggiongeremo il $\frac{1}{3}$. del ſecondo, che ſi dice hauer poſto giù, cioè 8. ſcudi, faremo

remo 35. per li denari del primo. Ma egli doueua hauere ſolamente 30. Adunque hauiamo ecceduto il vero in 5. Fingi hora, il primo hauere tolto 12. & perciò il ſecondo il reſto, cioè 48. Se adunque il primo porrà giu il $\frac{1}{4}$. cioè 3. ſcudi, gli reſtaranno 9. ſcudi, alli quali ſe aggiõgeremo il $\frac{1}{3}$. del ſecondo, cioè 16. ſcudi, faremo 25. ſcudi per li ſcudi del primo. Ma doueuano eſſere 30. Adũque hauiamo mancato dal vero in 5. vnità. Opera ſecondo la regola, & ritrouarai, che il primo ne hà tolto 24. & perciò il ſecondo 36. Perche ſe il primo porrà giu il $\frac{1}{4}$. cioè 6. ſcudi, & alli 18. che gli reſtano, aggiongerà il $\frac{1}{3}$. del ſecondo, cioè 12. hauerà 30. ſcudi. Coſi ancora, ſe il ſecondo porrà giu il $\frac{1}{3}$. cioè 12. ſcudi, & alli 24. che reſtano, aggiongerà il $\frac{1}{4}$. del primo, cioè 6. hauerà 30. ſcudi, come il primo.



Partitore.

POTREMO ancora dal numero, che per il ſecondo ponemmo, nel medeſimo modo cauare la verità. Imperoche nel primo ponimento del ſecondo, che è 24. ſe'l ſecõdo porrà giu il $\frac{1}{3}$. cioè 8. ſcudi, & alli 16. che reſtano, aggiongerà il $\frac{1}{4}$. del primo, cioè 9. ſcudi, hauerà 25. ſcudi, che douerebbeno eſſere 30. Hauiamo adũque mancato in 5. vnità. Et nel



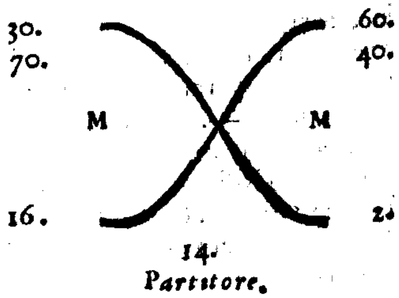
Partitore.

l'altra

l'altra positione del secōdo, se il secōdo porrà giu il $\frac{1}{3}$. cioè 16. scudi, & à gl'altri 32. che restano, aggiongerà il $\frac{1}{4}$. del primo, cioè 3. farà 35. scudi, che non douerebbono essere piu di 30. Adunque hauiamo ecceduto il vero in 5. vnità. Fa secondo la regola, moltiplicando gl'errori per le positioni del secondo &c. & ritrouarai, che il secondo hà tolto 36. scudi, & il primo 24. come prima.

Questione 10.

10. Dve doueuano partire tra di loro 100. scudi vgualmente, ma essendo occorso tra essi disparere, ciascheduno ne tolse, quanto puote. Dopò fatta pace, pose giu il primo il $\frac{1}{3}$. delli suoi denari, & il secondo il $\frac{1}{5}$. delli suoi: & il primo pigliò questo $\frac{1}{5}$. del secondo, & il secondo quel $\frac{1}{3}$. del primo. Il che fatto, l'vno & l'altro hebbe 50. scudi. Quanto adunque ciascheduno nel principio ne tolse? Fingi che il primo ne togliesse 30. scudi, & perciò il secōdo 70. Il $\frac{1}{3}$. del primo è 10. che se lo pone giu, gli restarāno 20. Il $\frac{1}{5}$. del secondo è 14. che se lo daremo



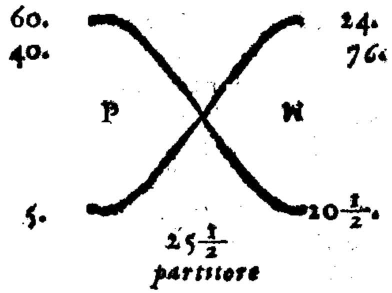
al primo, ne hauerà il primo 34. scudi. Ma doueua hauere 50. Adunque hauemo mancato dalla verità in 16. Fingi di nuouo, che il primo ne habbia tolto 60. & perciò il secondo 40. Il $\frac{1}{3}$. del primo è 20. che se lo pone giu, gli auanzano scudi 40. Il $\frac{1}{5}$. del secondo è 8. che se lo daremo al primo, ne hauerà il primo 48. Ma doueua hauere 50. Adūque hauemo mācato ancora in questo ponimento dalla verità in 2. Opera secondo la regola, & ritrouarai il primo hauere tolto $64\frac{2}{7}$. & perciò il secondo $35\frac{5}{7}$. Perche il $\frac{1}{3}$. del primo è $21\frac{3}{7}$. che se lo pone giu, gli ne restano $42\frac{6}{7}$. Il $\frac{1}{5}$. del secondo è $7\frac{1}{7}$. che se lo pone giu, gli rimangono $28\frac{4}{7}$. Hora se daremo il $\frac{1}{5}$. del

se

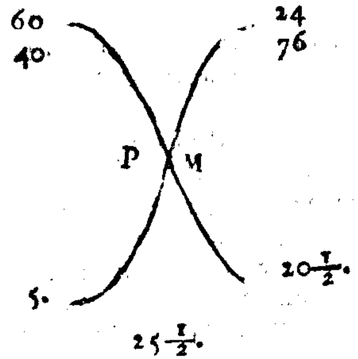
secondo, cioè $7\frac{1}{7}$. al restante del primo, che fu $42\frac{6}{7}$. hauerà il primo 50. Così ancora se daremo il $\frac{1}{3}$. del primo, cioè $21\frac{3}{7}$. al resto del secondo, che fu $28\frac{4}{7}$. hauerà il secondo similmente 50. si come nella questione si proponeua.

Questione 11.

11. Dve tra di loro così distribuiscono 100. scudi, che se il primo ne pone giu $\frac{1}{3}$. delli suoi, & il secondo $\frac{1}{4}$. delli suoi, & la somma di queste parti si diuida in due parti vguali, & se ne dia $\frac{1}{2}$. all'vno & all'altro numero rimasto, si faccino due numeri vguali, cioè 50. & 50. Quali adunque sono le parti di amendue? Fingi la parte del primo essere 60. & perciò quella del secondo 40. Se il primo ne porrà giu $\frac{1}{3}$. cioè 20. gli ne restaranno 40. ma se'l $\frac{1}{4}$. del secondo, cioè 10. s'aggiongerà al $\frac{1}{3}$. del primo, cioè à 20. si farà 30. & se'l $\frac{1}{2}$ di questa somma 30. cioè 15. daremo al resto del primo, che fu 40. faremo 55. Ma doueuamo fare solamente 50. Adunque hauemo ecceduto la verità in 5. Fingi di nuouo il primo hauere 24. & perciò il secondo 76. (Ho posto questi numeri, perche il primo ha $\frac{1}{3}$. & l'altro $\frac{1}{4}$. senza rotti.) Se il primo porrà giu $\frac{1}{3}$. cioè 8. gli auanzaranno 16. ma se'l $\frac{1}{4}$. del secondo, cioè 19. s'aggiongerà al $\frac{1}{3}$. del primo, cioè à 8. si fara 27. & se'l $\frac{1}{2}$. di questa somma 27. cioè $13\frac{1}{2}$. daremo al resto del primo, che fu 16. hauerà il primo $29\frac{1}{2}$. Ma doueua hauere 50. Adunque hauemo mancato dalla verità in $20\frac{1}{2}$. Fa hora secondo la regola, & ritrouarai la parte del primo essere $52\frac{16}{17}$. & perciò del secondo $47\frac{1}{17}$. Imperoche $\frac{1}{3}$. del primo è $17\frac{11}{17}$. la qual parte ponēdola giu gli restarāno $35\frac{5}{17}$. Il $\frac{1}{4}$. del secondo è $11\frac{13}{17}$. che ponendolo giu gli auanzaranno

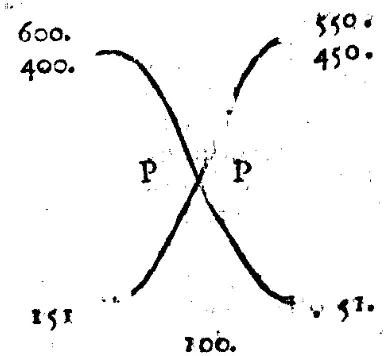


ran no $35\frac{}{1}\frac{5}{7}$.& la somma dal $\frac{1}{3}$. del primo, & dal $\frac{2}{4}$. del secondo, cioè da $17\frac{1}{1}\frac{1}{7}$. & $11\frac{1}{1}\frac{3}{7}$. è $29\frac{1}{1}\frac{7}{7}$. il $\frac{1}{2}$. della quale, cioè $14\frac{1}{1}\frac{2}{7}$. aggiõto al resto del primo, cioè a $35\frac{}{1}\frac{5}{7}$. & al resto del secõdo, cioè a $35\frac{}{1}\frac{5}{7}$. fa 50.& 50.



Partitore

Questione 12. 12. Partiscasi il numero 1000. in due parti, delle quali la maggiore ecceda la minore in 49. Fingi la maggior parte essere 600. & perciò la minore 400. Quella eccede questa in 200. & noi voleuamo, che l'eccesso fosse 49. Adunque hauemo trapassato il vero in 151. Fingi di nuouo la maggior parte essere 550. & per ciò la minore 450. Quella eccede questa in 100. & noi voleuamo, che l'eccesso fosse 49. Adunque vn'altra volta hauemo trapassato il vero in 51. Opera adunque secondo la regola, & ritrouarai la maggior parte essere $524\frac{1}{2}$. & per ciò la minore $475\frac{1}{2}$. Perche quella eccede questa nel numero proposto 49.

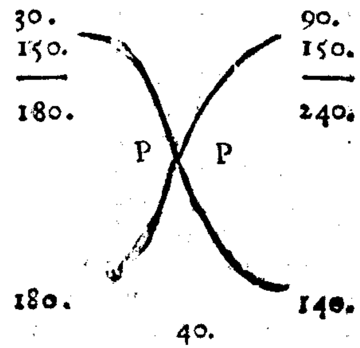


Partitore.

Questione 13. 13. Vno hà due vasi d'oro, & vn coperchio di valuta di 150. scudi, che aggionto al primo vaso fa quello triplo del secondo vaso nel prezzo, ma aggionto al secondo vaso fa quello del medesimo prezzo con il primo. Quanto adunque costano

quelli

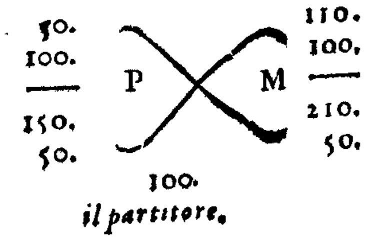
quelli due vasi? Qui si cercano due numeri, delli quali il primo con 150. sia triplo del secondo, & il secondo con 150. sia vguale al primo. Poni il primo vaso costare 30. scudi, (Pongo questo numero, perche aggiõtoli 150. si fa vn numero, che è triplo ad vn' altro senza rotti.) Aggiontoli il coperchio di 150. scudi, costarà 180. scudi. Et perche questo prezzo deue essere triplo del prezzo del secondo vaso, costarà per tanto il secondo vaso 60. scudi. Aggiontoli il coperchio di 150. scudi, costarà 210. scudi. Ma doueua costare solamẽte 30. acciò il prezzo suo fosse vguale al prezzo del primo. Adunque hauemo ecceduto il vero in 180. Poni di nuouo il primo vaso costare 90. scudi. Aggiontoli il coperchio di 150. scudi, costarà 240. scudi, & perciò il secondo vaso costarà 80. scudi, atteso che quel numero sia triplo di questo. Aggiontoli il coperchio, costarà 230. Ma doueua costare solamente 90. acciò il prezzo suo fosse vguale al prezzo del primo. Hauemo dunque vn'altra volta superato il vero in 140. Fa secondo la regola, & ritrouarai il prezzo del primo vaso scudi 300. Perche aggiontoli il coperchio di 150. scudi, si farà il prezzo di 450. scudi, & per questo il prezzo del secondo vaso sarà 150. scudi, cioè la terza parte di quello; & aggiontoli il coperchio di 150. scudi, si farà il prezzo di 300. scudi, vguale al prezzo del primo.



Partitore.

VNO

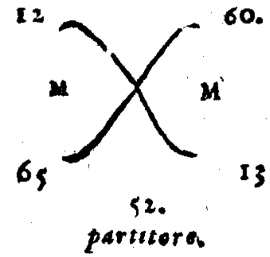
Questione 14. 14. Vno hà due vasi d'oro, & vn copchio, che va le 100. scudi, ilquale aggiõto al primo vaso fa quello triplo del secondo nel prezzo, ma aggiũto al secõdo fa quello duplo del primo nel prezzo. Quãto adunque vagliano quelli due vasi? Fingi il primo valere scudi 50. Aggionto li il copchio di scudi di 100. valerà 150. scudi, & perciò'l secondo varrà ancora 50. scudi, atteso che quel numero sia triplo di questo. Aggiontoli il



coperchio varrà 150. scudi, il qual numero non è doppio di quel prezzo del primo di scudi 50. ma il numero 100. è doppio di 50. Adunque hauemo trapassato la verità nel numero 50. Poni di nuouo il primo valere 110. scudi. Aggiõtoli il coperchio di 100. scudi valerà 210. scudi, & per questo'l secondo valerà 70. scudi, essendo che quel numero sia triplo di questo. Aggiontoli il coperchio di scudi 100. valerà 170. scudi, il qual numero nõ è doppio del prezzo del primo di scudi 110. ma il numero 220. è doppio di quello. Adunque hauemo mancato dalla verità in questo numero 50. Opera secondo la regola, & ritrouarai il prezzo del primo vaso scudi 80. Perche aggiontoli il coperchio di 100. scudi si farà il prezzo di 180. scudi, & per questo il prezzo del secondo vaso sarà di 60. scudi, cioè la terza parte di quello; & aggiontoli il coperchio, si farà il prezzo di 160. scudi doppio del prezzo del primo, che era di scudi 80.

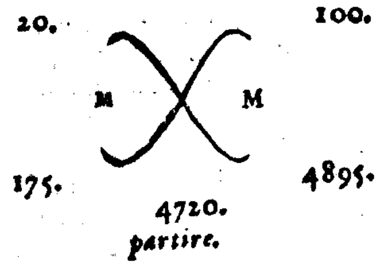
Questione 15. 15. Vn comprò tante pernici, che se ne hauesse compre $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. di quelle, & di piu 22. ne haueria 100. Quante adunque ne comprò? Qui si cerca vn numero, del quale $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. con 22. faccino 100. Poni colui hauerne comprato 12. Il $\frac{1}{2}$. di questo numero è 6. & $\frac{1}{3}$. 4. & $\frac{1}{4}$. 3. le quali parti fanno 13.

13. & aggiõtoli 22. fanno 35. ma doueuano fare 100. Adunque hauemo mancato dal vero in 65. Poni di nuouo colui hauer ne compre 60. Il $\frac{1}{2}$. di questo numero è 30. & $\frac{1}{3}$. 20. & $\frac{1}{4}$. 15. lequali parti fãno 65. & aggiõtoli 22. fãno 87. Ma doueuan fare 100. Adunque hauemo mancato di nuouo



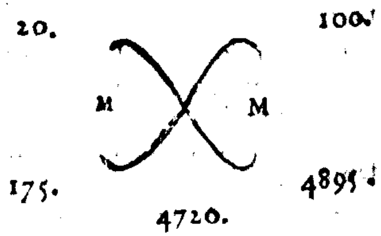
dal vero in questo numero 13. Fa adunque secondo la regola, & ritrouarai colui hauere comprato 72. pernici. Perche $\frac{1}{2}$. di questo numero è 36. & $\frac{1}{3}$, 24. & $\frac{1}{4}$. 18. le quali parti fanno 78. & aggiontoli 22, fanno 100.

16. Dve hanno vna certa somma di scudi, che se il secondo ne darà 12. al primo, il primo ne hauerà sei volte tanto, quanto il secondo; & se il primo ne darà 15. al secondo, ne hauerà il secondo dieci volte tanto, quanto il primo. Adunque ciascheduno quanti scudi n'hà? Qui si cercano due numeri, delli quali il primo con 12. vnità del secondo sia sei volte tanto, quanto l'auanzo del secondo; & il secondo con 15. vnita del primo sia dieci volte tanto, quanto'l auanzo del primo. Per poter piu facilmente sciorre questa, & altre simili questioni senza rotti, s'hauerà da cominciare dal Questione 16.



numero secondo. Fingi adunque il secondo hauere 20. del qual numero se daremo 12. vnità al primo, hauerà il primo, secondo'l tenore della questione, sei volte tanto, quanto è il resto del secondo, che è 8. Ha-

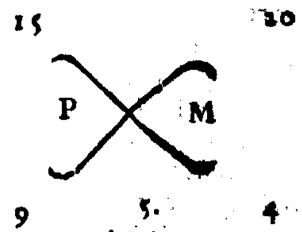
Hauerà adunque alhora il primo 48. & per ciò, auāti che pigliasse 12. dal secondo, n'haueua 36. Ma se di questo numero 36. del primo daremo 15. vnità al secondo, che n'hà 20. harà il secondo 35. il qual numero deue essere dieci volte tanto, secondo il tenore della questione, quanto è il resto del primo, che è 21. Ma è cosa chiara, il numero 35. non essere dieci volte tanto, quanto, è'l numero 21. ma il numero 210. è dieci volte tanto. Adunque hauemo mancato dalla verità in 175. Poni di nuouo il secondo hauere 100. del quale numero se daremo 12. vnità al primo, hauerà il primo, si come vuole la q̄stione, sei volte tanto, quanto è l'auā7o del secōdo, che è 88. Hauerà adūque il primo alhora 528. & però, ināzi che pigliasse 12. dal secōdo, ne haueua 516. Hora se da questo numero 516. del primo daremo 15. vnità al secondo, hauerà il secondo 115. il qual numero deue essere dieci volte tanto, come vuole la questione, quanto è il resto del primo, che è 501. Ma è cosa chiara, il numero 115. non essere dieci volte tanto, quanto è'l numero 501. ma il numero 5010. è dieci volte tanto. Adunque hauemo mancato di nuouo dalla verità in 4895. Opera secondo la regola, & ritrouarai il secondo hauere $17\frac{2}{5}\frac{2}{9}$. dal qual numero se daremo 12. vnità al primo, hauerà il primo sei volte tanto, quanto è'l resto del secondo, che è $5\frac{\,}{5}\frac{2}{9}$. Adunque hauerà alhora il primo $30\frac{1}{5}\frac{2}{9}$. & perciò auanti che pigliasse 12. dal secondo, n'hebbe $18\frac{1}{5}\frac{2}{9}$. Perche se di questo numero daremo 15. vnità al secondo, hauerà il secondo $32\frac{2}{5}\frac{\,}{9}$. il qual numero è dieci volte tanto, quanto è l'auanzo del primo, che è $3\frac{1}{5}\frac{2}{9}$. si come



partitore.

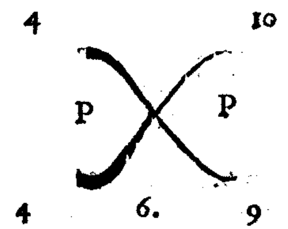
come propone la questione.

17. Dui hanno vna certa somma di scudi; se il secondo darà 6. al primo, hauerà il primo il doppio del resto del secondo; & se il primo darà 3. al secondo, hauerà il secondo vn numero vguale al resto del primo. Quanti scudi adunque ciascheduno hebbe? Qui ancora si cercano due numeri, delli quali il primo con 6. vnità del secōdo sia doppio dell'auanzo del secondo; & il secondo con 3. vnità del primo sia vguale all'auanzo del primo. Poni il secondo hauere 15. del quale numero se daremo 6. vnità al primo, hauerà il primo 18. cioè il doppio del resto del secondo, che è 9. Et per questo, prima che pigliasse 6. dal secondo, n'hebbe 12. Hora se da questo numero 12. daremo 3. vnità al secondo, hauerà il secondo 18. il qual numero non è vguale al resto del primo, che è 9. ma maggiore. Adunque hauemo trapassato la verità in 9. Poni di nuouo il secondo hauere 20. dal qual numero se daremo 6. vnità al primo, hauerà il primo 28. cioè il doppio del resto del secondo, che è 14. Adunque auanti che pigliasse 6. dal secondo, n'haueua 22. Hora se il primo darà al secondo 3. vnità, hauerà il secondo 23. il qual numero non è vguale al resto del primo, che è 19. ma maggiore. Adunque hauemo ecceduto di nuouo la verità in 4. Opera secondo la regola, & ritrouarai il secondo hauere 24. dal qual numero se daremo 6. vnità al primo, hauerà il primo 36. cioè il doppio del resto del secondo, che è 18. Adunque prima n'hebbe 30. & per questo se darà 3. vnità al secondo, hauerà il secondo 27. il qual numero è vguale al resto del primo, che ancora è 27. Questione 17.



partire.

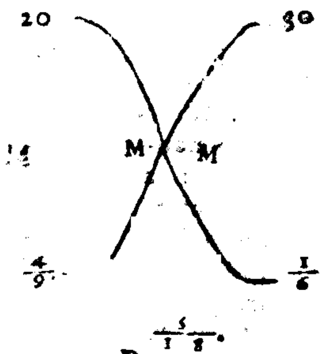
Questione 18. E vna cisterna, che hà in fondo tre cānelle disuguali: Per la maggiore versa tutta l'acqua in 2. hore, per la mezzana in 3. & per la più piccola in 6. Se adunque l'acqua sempre si versarà vgualmente, in quanto tempo si votarà, se tutte le tre cannelle si apriranno insieme? Fingi in 4. hore, & di; Se la maggior cannella in 2. hore vota vna cisterna, che votarà in 4. hore? & ritrouarai 2. cisterne. Di più, se la cannella mezzana in 3. hore vota vna cisterna, quanto ne votarà in 4. hore? & ritrouarai $1\frac{1}{3}$. cister. Di più, se la più piccola cannella in 6. hore vota vna cisterna, quanto ne votarà in 4. hore? & ritrouarai $\frac{2}{3}$. di cisterna: & così tutte tre le cannelle in 4. hore votaranno 4. cisterne. ma noi vogliamo solamente vna cisterna. Adunque hauemo ecceduto il vero in 3. Poni di nuouo in 10. hore, & di; Se la maggior cannella in 2. hore vota 1. cisterna, quanto ne votarà in 10. hore? & ritrouarai 5. cisterne. Di più, se la cannella mezzana vota vna cisterna in 3. hore, quāto ne votarà in 10. hore? & ritrouarai cisterne $3\frac{1}{3}$. Di più, se la più piccola cannella in 6. hore vota vna cisterna, che votarà in 10. hore? & ritrouarai $1\frac{2}{3}$. cister. & così tutte tre le cannelle votariano in 10. hore 10. cisterne. Ma noi vogliamo vna cisterna. Adunque hauiamo di nuouo ecceduto il vero in 9. Fa secondo la regola, & ritrouarai in 1. hora votarsi la cisterna. Perche la maggior cannella in vn'hora votarà $\frac{1}{2}$. & la mezzana $\frac{1}{3}$. & la più piccola $\frac{1}{6}$. le quali parti tutte fanno 1. cisterna.



Partitore.

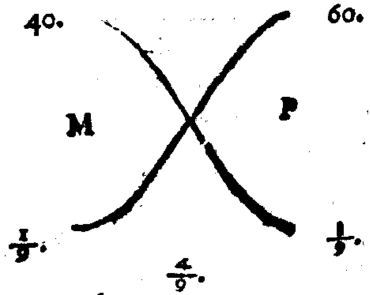
Questa questione si può proporre ancora così. E vna cisterna, che hà nella bocca tre cannelle disuguali: Per la maggiore si empie la cisterna in 2. hore, per la mezzana in 3. & per la più piccola in 6. &c.

Questione 19. 19. E vna cisterna, che hà vna cannella nella bocca, per la quale s'empie in 12. hore, & nel fondo hà vn'altra cannella, per la quale si vota in 18. hore. Se adunque per la cannella di sopra di continouo entrarà acqua, & per quella di basso sempre n'vscirà, in quanto tempo s'empierà tutta la cisterna? Poni in 20. hore, & di; Se in 18. hore si vota 1. cisterna, che si votarà in 20. hore? & ritrouarai $1\frac{1}{9}$. cister. Adunque è necessario, che si empino in 20. hore cisterne $2\frac{1}{9}$. accioche nel medesimo tempo votandosi $1\frac{1}{9}$. cisterna, resti 1 cisterna piena. Di adunque; Se in 12. hore s'empie 1. cisterna, che s'empierà in 20. hore? & ritrouarai $1\frac{2}{3}$. cister. Ma noi vogliamo cisterne $2\frac{1}{9}$. Adunque hauemo mancato dalla verità in $\frac{4}{9}$. Poni hora in 30. hore, & di; Se in 18. hore si vota 1. cisterna, che si votarà in 30. hore? & ritrouarai $1\frac{2}{3}$. cister. E necessario adunque, che in 30. hore s'empino cisterne $2\frac{2}{3}$. accioche nel medesimo tempo, votandosi $1\frac{2}{3}$. cister, resti piena 1. cisterna. Di adunque; Se in 12. hore s'empie 1. cisterna, che s'empierà in 30. hore? & ritrouarai cisterne $2\frac{1}{2}$. Ma noi voleuamo cisterne $2\frac{2}{3}$. Di nuouo adunque hauemo mancato dalla verità in $\frac{1}{6}$. Opera adunque secondo la regola, & ritrouarai in 36. hore empirsi la cisterna. Perche in 36. hore la cannella superiore empierà 3. cisterne, & la inferiore votarà 2. cisterne; & così ne rimarrà vna piena.



Partitore.

Questione 20. 20. Vn'artefice finisce vna certa opera in 30. giorni, ma se ne s'aggiongerà vn'altro, la finiranno tutti due in 18.giorni. In quanto tempo adúque questo secondo solo finirà la medesima opera? Di primieramente, Se il primo maestro in 30. giorni finisce l'opera, quanto ne farà in 18. giorni? & ritrouarai $\frac{3}{5}$. dell'opera. Adunque il secondo nel medesimo tempo ne farà $\frac{2}{5}$. accio che tutti due finiscano tutta l'opera. Poni adunque primieramente, che il secondo finisca tutta l'opera in 40.giorni, & dì; Se il secondo in 18.giorni spedisce $\frac{2}{5}$ dell'opera, quanto ne farà in 40.giorni? & ritrouarai $\frac{8}{9}$. dell'opera. Ma noi habbiamo posto, che finirebbe tutta l'opera. Adunque hauemo mancato dalla verità in $\frac{1}{9}$. Secondariamente poni il secõdo finire l'opera in 60.giorni, & dì; Se il secõdo in 18. giorno finisce $\frac{2}{5}$.



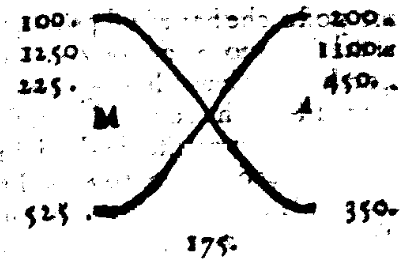
Il partitore.

dell'opera, quanto ne fornirà in in 60.giorni? & ritrouarai 1 $\frac{3}{9}$. Ma noi hauemo posto, che finirebbe 1. opera solamente. Adunque hauemo ecceduto la verità in $\frac{3}{9}$. Opera secondo la regola, & ritrouarai il secondo finire tutta l'opera in 45.giorni. Perche se in 18.giorni fa $\frac{2}{5}$. dell'opera, in 45.giorni farà 1. opera intiera.

Piv facilmente senza la regola del falso questa questione si sciorrà in questo modo. Doppò che ritrouasti, che il secõdo in 18.giorni finisce $\frac{2}{5}$. dell'opera, tal che manchino $\frac{3}{5}$. dì; Se $\frac{2}{5}$. ricercano 18.giorni, quanti giorni ricercaranno $\frac{3}{5}$? & ritrouarai 27.giorni, li quali aggionti a 18. fanno 45. giorni, nelli quali finirà tutta l'opera, come prima. Ouero dì; Se $\frac{2}{5}$. ricercano 18.giorni, quanti giorni se ne vogliono per 1.opera intiera? & ritrouarai di nuouo 45.giorni, come prima.

21. Tre hanno giocato tra di loro di tal sorte, che il primo guadagnò subito $\frac{1}{2}$. delli denari del secondo: ma doppo il secondo guadagnò $\frac{1}{3}$. delli denari del terzo: & finalmente il terzo guadagnò $\frac{1}{4}$. di quei denari, che il primo portò al gioco. Et finito il gioco, ciascheduno di loro si trouò hauere scudi 700. Quanti denari adunque ciascheduno portò al gioco? Qui non si cerca altro, se non, che il proposto numero 2100. (perche se ciascuno hà 700. hauerãno tutti tre 2100.) si partisca in tre parti, di maniera, che se la prima dia $\frac{1}{4}$. alla terza, & pigli $\frac{1}{2}$. della seconda, ma la seconda pigli $\frac{1}{3}$. della terza, si facino tre numeri vguali, cioè 700. 700. 700. Ouero si cercano tre numeri, delli quali il primo ponendo giu la $\frac{1}{4}$. & pigliando la $\frac{1}{2}$. del secondo, faccia 700. Similmente il secondo, ponendo giu la $\frac{1}{2}$. & pigliando la $\frac{1}{3}$. del terzo faccia 700. Et nel medesimo modo il terzo, ponendo giu la $\frac{1}{3}$. & pigliando la $\frac{1}{4}$. del primo faccia ancora 700. Poni il primo giocatore hauere portato scudi 100. Che se ne perderà la $\frac{1}{4}$. cioè 25. gliè n'auanzaranno 75. Et perche questo resto con la $\frac{1}{2}$. del secondo deue fare 700. sarà per tanto la $\frac{1}{2}$. del secondo 625. poi che questo numero con il resto del primo, cioè cõ 75. fa 700. Portò adunque il secondo 1250. Et doppo che n'hauerà perso la $\frac{1}{2}$. gliene restaranno 625.

Questione 21.



partitore

Ma perche questo resto con la $\frac{1}{3}$. del terzo deue fare 700. sarà per questo la $\frac{1}{3}$. del terzo 75. poi che questo numero con il resto del secondo, cioè con 625. fa 700. Per la qual cosa il terzo portò con seco nel gioco 225. Et doppo che n'hauerà perso la $\frac{1}{3}$. gli ne rimarranno 350. Ma perche questo resto con la $\frac{1}{4}$. del primo, cioè con 25. fa 575. & douea fare 700. haueremo per tanto mancato dalla verità in questo numero 125.

PONI di nuouo il primo hauere portato al gioco scudi 200. Che se ne perderà la $\frac{1}{4}$. cioè 50. gli ne auanzaranno 150. scudi, che con la $\frac{1}{2}$. del secondo deuono fare 700. Sarà adunque la $\frac{1}{2}$. del secondo 550. scudi, & perciò il secondo portò 1100. & perso che hauerà la $\frac{1}{2}$. gli n'auanzaranno scudi 550. che con la $\frac{1}{3}$. del terzo deuono fare 700. Sarà adunque la $\frac{1}{3}$. del terzo 150. & per tanto nel principio del gioco n'hebbe 450. & perso che hauerà la $\frac{1}{3}$. gli ne restaranno scudi 300. li quali con la $\frac{1}{4}$. del primo, cioè con 50. fanno 350. ma doueuano fare 700. Adunque hauemo mancato ancora adesso dalla verità in questo numero 350. Opera secondo la regola, & ritrouarai il primo giocatore hauere portato 400. scudi. Il secondo 800. & il terzo 900. Et questi numeri del secondo & del terzo ritrouarai ouero per la regola del falso, moltiplicando gl'errori per li ponimenti del secondo, & del terzo in croce, &c. ouero li cauarai dal primo ritrouato, si come poco inanzi dal 100. & 200. quali numeri falsamente hauemo posto, che hauesse il primo, ritrouammo i numeri del secondo & del terzo. Perche se il primo ha 400. hauerà (leuando la $\frac{1}{4}$. cioè 100. che ha perso) 300. Et perche con la $\frac{1}{2}$. del secondo deue hauere 700. sarà per questo la $\frac{1}{2}$. del secondo 400. & per tanto il secondo portò 800. Et perso ch'hauerà la $\frac{1}{2}$. gli n'auanzaranno 400. Ma perche questa $\frac{1}{2}$. con la $\frac{1}{3}$. del terzo deue fare 700. sarà per questo la $\frac{1}{3}$. del terzo 300. & però il terzo portò 900. Perche perso che hauerà la $\frac{1}{3}$. gli ne restaranno 600. alli quali se s'aggiongerà la $\frac{1}{4}$. del primo, cioè 100. scudi, hauerà 700. come la questione vuole.

Questione 22.

22. TRE mercanti hanno guadagnato scudi 400. li quali, hauendo risguardo alli denari, che ciascheduno pose, così tra di loro distribuirno. La parte del secondo auanzò la parte del primo in 12. & la

la parte del terzo auanzò la parte del secondo in 16. Qual adunq; fu la parte di ciascuno? Fingi il primo hauere hauuto 1. scudo, (perche voglio sciorre questa questione per numeri minimi, cioè per il ponimento del 1. & del 2. accio piu chiaramente apparisca la generalità di questa regola del falso) & perciò il secondo 13. & il terzo 29. li quali numeri fanno 43. Ma doueuano fare 400. Adunque hauemo mancato dalla verità in 357. Fingi di nuouo il primo hauere hauuto 2. scudi, & perciò il secondo 14. & il terzo 30. li quali numeri fanno 46. Ma doueuano fare 400. Adunque hauemo mancato ancora adesso dalla verità in 354. Opera secondo la regola, & ritrouarai la parte del primo essere 120. scudi, del secondo 132. & del terzo 148. li quali tre numeri fanno la somma di 400. scudi, come si propone nella questione.

1.			2.
13.			14.
29.			30.
43.	M	M	46.
357			354

3.

Partitore.

Questione 23.

23. L'ESSERCITO dell'Imperatore contra li Turchi è di 40000. fanti Tedeschi, & di tanti fanti Italiani & Vngari, che il numero delli Italiani fa la $\frac{1}{2}$. di Tedeschi, & delli Vngari, ma il numero delli Vngari fa la $\frac{1}{3}$. delli Tedeschi & Italiani. Quanto adunque è il numero delli Italiani, & quanto delli Vngari, & finalmente quanto tutto l'essercito? Fingi l'Italiani essere 30000. Et perche questo numero deue essere la $\frac{1}{2}$. de i Tedeschi & Vngari, saranno necessariamente li Tedeschi & Vngari 60000. Adunque, conciosia

30000.			24000.
20000.	P	P	8000.
10000.			40000.

30000.

partitore.

ciosia che li Tedeschi siano 40000. saranno li Vngari 20000. che deuono fare la $\frac{1}{3}$ delli Tedeschi, & Italiani, cioè, del numero 70000. Ma fanno la $\frac{1}{3}$. del numero 60000. & non del numero 70000. Adunque hauemo ecceduto la verità in 10000. Fingi di nuouo l'Italiani essere 24000. Et perche questo numero deue essere la $\frac{1}{2}$. delli Tedeschi & Vngari, saranno per questo li Tedeschi & Vngari 48000. Conciosia dunque che li Tedeschi siano 40000. saranno li Vngari 8000. che deuono fare la $\frac{1}{3}$. delli Tedeschi & Italiani, cioè del numero 64000. ma fanno la $\frac{1}{3}$. del numero 24000. & non del numero 64000. Hauemo adunque ancora adesso auanzato il vero in 40000. Opera secondo la regola, & ritrouarai l'Italiani essere 32000. & li Vngari 24000. & però tutto l'essercito 96000. Perche in questo modo l'Italiani fanno la $\frac{1}{2}$. delli Tedeschi & Vngari, & li Vngari la $\frac{1}{3}$. delli Tedeschi & Italiani, come è manifesto.

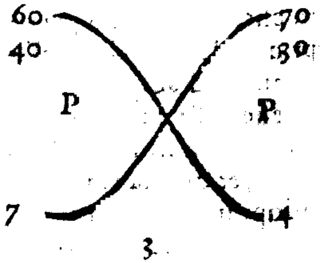
Questione 24.

24. Mi è parso di porre qui quell'artificio di Archimede, con il quale, si come riferisce Vitruuio nel lib. 9. al cap. 3. ritrouò il furto d'vn certo orefice in vna corona d'oro, cioè, quanto argento haueua mescolato, senza disfare la corona. Perche hauendo Hierone Re deliberato di offerire per voto a suoi Dei vna corona di puro oro, l'orefice tolta vna parte dall'oro, vi mescolò altretanto argento. Onde sdegnatosi Hierone d'essere così burlato, (per dire, come parla Vitruuio) ne sapendosi come ritrouare tal furto, pregò Archimede, che pigliasse cura di pensarui sopra. Egli allhora hauuta questa commissione, se n'entrò a caso nel bagno, & iui descendendo nel vaso considerò, che tanta acqua n'vsciua fuori del vaso, quanta parte del suo corpo in quella entraua. Onde hauendo di quà ritrouata la ragione della risolutione del quesito proposto, non si fermò punto, ma spinto dall'allegrezza saltò subito fuori del vaso, & andando ignudo verso casa si faceua intendere ad alta voce di hauere trouato, ciò che

che cercaua. Perche correndo spesso spesso gridaua alla greca εὕρηκα εὕρηκα. Et all'hora dal combattimento di questa inuentione si dice hauere fatto due masse del medesimo peso con la corona, vna d'oro, & l'altra d'argento. Doppò che hebbe fatto così, pigliò vn vaso grande, & lo empì d'acqua infino al colmo, & in quello pose la massa d'argento, della quale quanta parte s'attuffò nel vaso, tanta acqua vscì fuori: & così leuata via la massa, riempì quanto era calato, misurandolo con vna misura, di modo che'l vaso fusse pieno insin'alla bocca come era prima. Et così da quello ritrouò, di quanto vna certa misura d'acqua à vn certo peso d'argento rispondesse. Et come hebbe esperimentato questo, alhora pose similmente la massa d'oro nel detto vaso pieno; & quella cauata, con la medesima ragione, adoprando la misura stessa, ritrouò, che dell'acqua non v'era vscita tanta, ma tanto manco, quanto manco grande di corpo del medesimo peso era la massa dell'oro, che dell'argento. Dipoi riempito il vaso, & nella medesima acqua posta la corona stessa, ritrouò, la corona hauere buttata più acqua, che la massa d'oro del medesimo peso; & così discorrendo da quello, che più acqua haueua buttata la corona, che la massa d'oro, ritrouò'l mescolamento del l'argento nell'oro. Fin quì Vitruuio. Dichiariamo hora noi, in che modo per la regola del falso il detto furto, o mescolamento si possi ritrouare, seruendoci di quello artificio di Archimede.

Pongasi per essempio, quella corona essere stata di 100. lib. & quella posta nel vaso hauere buttata 65. lib. d'acqua, ma posta nel medesimo vaso la massa d'oro schietto di 100. lib. hauere buttata 60. lib. & finalmente posta nel medesimo vaso la massa d'argento schietto hauere buttata 90. lib. d'acqua. Fingi adunque che l'orefice habbia rubato 40. lib. di oro, & che habbia rimesse tante altre lib. d'argento; si che nella corona fossero 60. lib. d'oro, & 40. libre d'argento. Vedi hora, se la corona così meschiata butti

butti 65. lib. d'acqua. Il che cosi saprai. Di; se 100. lib. d'oro buttano 60. lib. d'acqua, quanta acqua buttaranno 60. lib. d'oro? Et se 100. lib. d'argento buttano 90. lib. d'acqua, quanta acqua buttaranno 40. libre d'argento? & ritrouarai nell'vna & l'altra operatione 36. lib. d'acqua; si che la corona buttarà 72. lib. d'acqua. Ma doueua buttare solamente 65. lib. Adunque hauemo ecceduto la verità in 7. Fingi adesso, che l'orefice habbia rubato 30. lib. d'oro, & perciò nella corona esserci 70. libre d'oro, & 30. d'argẽto. Di adunque; se 100. lib. d'oro buttano 60. libre d'acqua, quanta acqua buttarãno 70. lib. d'oro? Et se 100. lib. d'argento buttano 90. lib. di



Partitore.

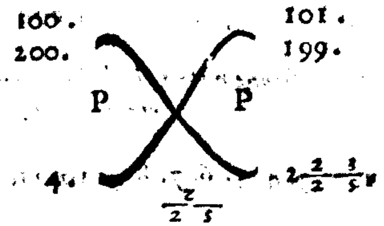
acqua, quanta acqua buttaranno 30. lib. d'argento? & ritrouarai nella prima operatione 42. lib. & nell'altra 27. che fanno 69. lib. d'acqua. Ma doueuano essere solamente 65. lib. Di nuouo adunque hauemo ecceduto la verità in 4. Opera secondo la regola, & ritrouarai l'orefice hauere rubato libre $16\frac{2}{3}$. d'oro, & perciò in quella corona essere mescolate lib. $83\frac{1}{3}$. d'oro, & $16\frac{2}{3}$. d'argento. Et per prouarlo, di; Se 100. lib. d'oro buttano 60. lib. d'acqua, quanta acqua buttaranno lib. $83\frac{1}{3}$. d'oro? Et se 100. lib. d'argento buttano 90. lib. d'acqua, quãta acqua buttaranno lib. $16\frac{2}{3}$. d'argento? & ritrouarai nella prima operatione 50. lib. d'acqua, & nell'altra 15. lib. d'acqua, le quali tutte fanno 65. lib. d'acqua, cioè quante hauemo posto, che la corona ne buttaua.

Nel medesimo modo si sarebbe ritrouato il furto, ancorche le masse d'oro, & d'argento non fussero state di 100. lib. come era la corona, ma di qual si voglia numero di lib. come per essempio la massa di

oro

oro di lib. 10. & la massa dell'argento di lib. 20. purche diligentemente si cerchi, quanta acqua ciascheduna massa ne butti. Noi poniamo per essempio, che 10. lib. d'oro buttino 6. lib. d'acqua, ma 20. lib. d'argento 18. lib. d'acqua. Onde nella prima positione dirai; Se 10. lib. d'oro buttano 6. lib. d'acqua, quanto d'acqua buttaranno 60. lib. d'oro? &c.

Se la corona si porrà di 300. lib. & le masse d'oro, & d'argento d'altre tante lib. con questa conditione; che la corona ne cacci 218. lib. d'acqua; ma l'oro 206. lib. d'acqua; & l'argento 230. lib. d'acqua; & ritrouaremo nella corona



Partitore.

essere state poste 150. lib. d'oro, & altre tante d'argento. Come si vede in questi due ponimenti, nel primo de i quali si pongono 100. lib. d'oro, & 200. lib. d'argento: ma nel secondo 101. lib. d'oro, & 199. d'argento &c.

Con questo artificio adunque, & ingegno, si ritrouarà in qual si voglia massa d'oro, & d'argento composta, quanto d'oro, & quanto d'argento ci sia meschiato.

DELLE

DELLE PROGRESSIONI ARITMETICHE. Cap. XXIIII.

Che cosa sia progressione Aritmetica.

PROGRESSIONE Aritmetica è vn' ordine di piu numeri, che si vanno l'vn l'altro auanzando ordinatamente con vguali auanzi; come qui vedi.

Progressione naturale de i numeri, che incommincia dall' 1.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. &c.

Progressione de i numeri dispari, che comminccia dall' 1.

1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. 25. 27. &c.

Progressione de i numeri pari, che comincia dal 2.

2. 4. 6. 8. 10. 12. 14. 16. 18. 20. 22. 24. 26. 28. &c.

Che cosa sia progressione naturale de i numeri & di numeri dispari, & pari

PERCIOCHE la prima di queste tre progressioni si dice progressione naturale de i numeri, & comincia dall'1. nella quale tutti li numeri per ordine si auanzano l'vn l'altro con vna vnità. Ma la seconda se dice progressione de i numeri dispari, & comincia ancora dall'1. nella quale tutti li numeri si auanzano l'vn l'altro per ordine con 2. La terza finalmente si domanda progressione de i numeri pari, & comincia da 2. che è il primo numero paro, si come anco l'1. è il primo numero disparo, anzi il primo di tutti li numeri, benche impropriamente. Et in questa progressione de i numeri pari tutti li numeri si auanzano l'vn l'altro ancora per ordine con 2. si come anco nella progressione delli numeri dispari. Del medesimo modo qui.

Altro

Altre progressioni.

2. 5. 8. 11. 14. 17. 20. 23. 26. 29. &c.
4. 8. 12. 16. 20. 24. 28. 32. 36. 40. &c.

LA prima di queste progressioni comincia dal 2. & camina sempre inanzi con 3. atteso che tutti li numeri in quella si auanzino l'vn l'altro per ordine in 3. Ma la seconda incomincia dal 4. & seguita caminando per il medesimo numero 4. poi che in quella tutti li numeri si auanzano l'vn l'altro per ordine in 4.

La progressione Aritmetica in che modo si continoui.

CIASCHEDVNA progressione Aritmetica si continouarà verso li numeri maggiori, se la differenza, ouero l'eccesso s'aggiongerà a quel numero, dopò il quale la progressione s'ha da continouare, & estendere. Come se questa progressione 4. 9. 14. 19. 24. s'haurà da continouare doppo'l 24. aggiongeremo la differenza, ouero l'eccesso della progressione, cioè 5. (la qual differenza, ouero eccesso ritrouaremo, sottrahendo il primo numero della progressione dal secondo, ouero qual si voglia altro dal prossimo maggiore nella medesima progressione,) all'vltimo numero 24 & faremo 29. Di nuouo a questo numero aggiongeremo 5. & faremo 34. & cosi di mano in mano senza fine. Cosi ancora, se alcuno vorrà cominciare la progressione dal 7. & continouarla per la differenza, ouero eccesso 6. s'hauerà d'aggiongere 6. a 7. accio si faccia 13. per il secondo numero della progressione. Di più 6. a 13. accio si faccia 19. per il terzo numero, &c.

In che modo si ritroui la differenza della progressione Aritmetica.

AL medesimo modo la progressione Aritmetica si continouarà andando all'indietro, se la differenza della progressione si sottrarrà dal minor numero estremo. Come se questa progressione 30. 37. 44. 51. 58. s'hauerà da continouare verso li minori numeri, leuaremo la differenza 7. dal minor'estremo 30. acciò ne restino 23. Di nuouo da 23. leuaremo 7. acciò ne restino 16. Di nuouo da 16. cauaremo mo 7. acciò ne restino 9. Et di nuouo leuaremo 7. acciò n'auanzino 2. dal qual numero non si può piu leuare 7. & per questo detta progressione nô si puo piu sminuire. Così ancora, se alcuno vorrà comincia re la progressione dal 40. & seguitare con la differẽza 4. verso l'vnità, s'haueranno da leuare 4. da 40. acciò ne restino 36. Di piu 4. da 36. acciò ne restino 32. Di nuouo 4. da 32. acciò n'auanzino 28. Di piu 4. da 28. acciò ne rimanghino 24. &c.

La progressione Aritmetica nô si puo diminuire in infinito.

Proprietà della progressione Aritmetica di tre numeri.

E proprio della progressione Aritmetica di tre numeri, che la somma delli estremi sia vguale al numero di mezzo doppiato. Come qui 7. 18. 29. si vede, & si dimostra questo da Giordano nella propositione 2. del lib. I. della sua Aritmetica.

Proprietà della progressione Aritmetica di quattro numeri.

MA della progressione Aritmetica di quattro numeri è proprio, che la somma delli estremi sia vguale alla somma delli due numeri di mezzo. Come qui si vede, 4. 12. 20. 28. & si dimostra questo da Giordano nella propositione 3. del lib. I. della sua Aritmetica. Et questo non solo è vero in quattro numeri che si auanzino l'vn l'altro per ordine, senza interuallo, col medesimo numero, come sono li numeri del dato essempio; ma ancora in quattro numeri, li quali non seguitamẽte si auanzino l'un l'altro in vn medesimo numero, purche sia la medesima differenza tra il primo & il secondo, che è tra il terzo & il quarto, come quì vedi, 4. 12. 30. 38.

Proprietà della progressione Aritmetica di quanti si voglia termini, se il numero de i termini sia dispari.

DA queste due proprietà si raccoglie, che in ogni progressione Aritmetica, che hà il numero de i termini ò numeri suoi disparo, cioè che ha 3. termini, ò 5. ò 37. &c. sarà la somma delli termini, ò numeri estremi, cioè del primoi, & dell'vltimo, vguale a qualunque somma di due numeri di mezzo quali si siano, che vgualmente siano distanti da gl'estremi; & vguale ancora al numero di mezo doppiato, come qui si vede.

3. 7. 11. 15. 19. 23. 27. 31. 35. 39. 43.

Imperoche essendo, che questi numeri, 3. 7. 39. 43. habbino la medesima differenza, ancorche non continuata, (perche la medesima differenza è trà 3. & 7. che trà 39. & 43.) sarà per quello, che poco fa hauemo detto, la somma delli estremi 3. & 43. vguale alla somma de i due numeri di mezo 7. & 39. Et per la medesima ragione la somma di 7. & 39. sarà vguale alla somma di 11. & 35. perche questi numeri 7. 11. 35. 39. hanno la medesima differenza, ancorche non continuata; & così dell'altri, fin che verremo alli tre numeri di mezo 19. 23. 27. li quali hanno la medesima differenza; Onde per quello, che poco fa hauemo insegnato, sarà la somma delli estremi 19. & 27. vguale al doppio del numero di mezo 23. La medesima ragione è in tutte l'altre progressioni Aritmetiche di questa sorte.

Proprietà della progressione Aritmetica di quãti si voglia termini, se il numero de i termini sarà paro.

DALLA seconda proprietà ancora si caua, che in ogni progressione Aritmetica, della quale il numero de i termini è paro, cioè che ha 4. termini, ò 10. ò 18. &c. la somma delli estremi sarà vguale à qual si voglia somma di qualunque due numeri di mezo vgualmente distanti dalli estremi, come qui è manifesto.

3. 7. 11. 15. 19. 23. 27. 31. 35. 39.

ILCHE prouaremo, come prima, eccettuando solo questo, che nell'vltimo luogo s'hanno da pigliare i quattro numeri di mezo, 15 19. 23. 27. & non solamente tre come prima; perche qui non è vn solo numero di mezo, ma due. Hora seguono alcune regole appartinenti alle progressioni Aritmetiche.

REGOLA I.

La somma di qual si voglia progressione Aritmetica in che modo si ritroui.

SE in qual si voglia progressione Aritmetica sarà conosciuto il numero de i termini, insieme col minore & maggiore estremo, cioè col primo & vltimo numero, verremo in cognitione della somma di tutti i termini in q̃sto modo. Aggiongasi il primo termine

mine all'vltimo, & la somma si moltiplichi per il numero delli termini. Imperoche la metà del numero prodotto sarà la somma di tutti i termini. Come in questa progressione.

4. 7. 10. 13. 16. 19. 22. 25. 28. 31. 34. 37.

Dal 4. & 37. si fanno 41. che moltiplicati per il numero delli termini, cioè per 12. (perche sono 12. numeri in questa progressione) fanno 492. La metà di questo numero cioè 246. è la somma di tutti i termini della data progressione. Et la medesima ragione è in tutte l'altre.

La somma di qual si voglia progressione Aritmetica in che modo altrimẽte si ritroui

QVESTA regola da alcuni si diuide in due parti in questo modo. Quando il numero delli termini è paro, moltiplicano la somma del primo & vltimo termine per la metà del numero delli termini. Mà se il numeri de i termini è disparo, moltiplicano la metà della somma del primo & vltimo termine (perche quando il numero delli termini è disparo, sempre quella somma è numero paro.) per il numero delli termini. Perche in questo modo sempre si produce la somma di tutti li numeri della progressione. Ouero in questo modo. Quando la somma del primo & vltimo termine è numero paro, moltiplicano la metà di quella per il numero delli termini, ò che sia paro ò disparo: Ma se quella somma è numero disparo, moltiplicano quella per la metà del numero de i termini il qual numero all'hora sempre è paro. Come nell'essempio di sopra, perche il numero de i termini è paro, cioè 12. Ouero perche la somma del primo termine & vltimo è numero disparo, cioè 41. moltiplicano quella per 6. cioè per la metà del numero de i termini, & fanno la somma di tutti li numeri 246. come prima. Ma in queste due progressioni, nella prima delle quali il numero de i termini è paro, cioè 10. & nell'altra disparo, cioè 11. perche la somma del primo termine & vltimo è numero paro, cioè

cioè 42. nella prima progressione, & nella seconda 38. moltiplicano tanto la metà di quella somma,

3. 7. 11. 15. 19. 23. 27. 31. 35. 39.
4. 7. 10. 13. 16. 19. 22. 25. 28. 31. 34.

cioè 21. per 10. cioè per il numero de i termini, quanto la metà di questa somma, cioè 19. per 11. cioe per il numero de i termini. Et così nella prima progressione fanno la somma 210. & nell'altra 209.

LA ragione di queste regole è questa. Perche hauemo detto, che quando il numero de i termini e paro, la somma delli estremi essere vguale à qual si voglia somma di due numeri di mezo, quali tu voi, pur che siano vgualmente distanti dalli estremi; seguita che tutte le somme insieme siano tante, quante vnità sono nella metà del numero de i termini. Onde se vna somma di quelle, cioè la somma delli estremi, si moltiplicarà per la metà del numero de i termini, si produrrà la somma di tutte le somme. In oltre, perche hauemo insegnato, che quando il numero de i termini è disparo, la somma delli estremi essere vguale à qual ti piace somma di qual si voglia due numeri di mezo distanti vgualmente dalli estremi, & di più al doppio del numero di mezo, seguita, che il numero di mezo sia la metà di qual si voglia somma. Adũque tutte le somme insieme col numero di mezo cõterranno tante meze parti di vna somma, quanti sono li termini della progressione. Se adunque la metà di vna somma, cioè la metà della somma delli estremi, si moltiplicarà per il numero de i termini, si produrrà la somma di tutti i termini.

SI che, come vedi, basta, che si conosca il primo termine & l'vltimo, insieme col numero de i termini, per cauare la somma di tutta la progressione Aritmetica, ancorche non si sappino li termini di mezo. Ma in che modo dalla cognitione del primo numero, insieme col numero de i termini, & dal la differenza della progresſione ſi ritroui l'vltimo termine, lo dichiararemo nella ſeguente regola.

Modo particolare di ritrouare la ſomma della progreſſione naturale delli numeri.

Hora nella progresſione naturale delli numeri, che comincia da 1. breuisſimamente ſi ritrouarà la ſomma di tutti li termini in queſto modo. Si moltiplichi l'vltimo numero (ilquale ſempre dimoſtra il numero de i termini. Perche tanti termini ſono, quante vnità nell'vltimo numero ſi contengono) per il numero prosſimo maggiore. Perche la metà di queſto numero prodotto è la ſomma di tutti li termini. Come qui.

Il numero delli termini della progreſſione naturale è l'vltimo termine.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11.

Dalla moltiplicatione dell'vltimo numero 11. per 12. che è il numero prosſimo maggiore del 11. ſi produce il numero 132. la metà del quale, cioè 66. è la ſomma di tutta la progresſione. Coſi ancora in queſta progreſsione

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

Dalla moltiplicatione dell'vltimo numero 10. per 11. che è il numero prosſimo maggiore del 10. ſi fà il numero 110. la metà del quale, cioè 55. è la ſomma di tutta la progreſsione.

Di modo che, ſe alcuno vorrà la ſomma della progreſsione naturale, che ſi termini in qual ſi voglia numero determinato, come dire in 100. cioè nella quale ſiano 100. termini, s'hauerà da moltiplicare l'vltimo numero propoſto, nel quale ſi dice finirſi la progreſsione, come quì il numero 100. per il numero prosſimo maggiore, come quì per 101. Imperoche la metà del numero prodotto, la quale in noſtro eſſempio è 5050. (poi che'l numero prodotto è 10100.) ſarà la ſomma di tutta la progreſsione. Et la medeſima ragione è nell'altre progreſsioni naturali, che terminano in altri numeri.

Altri diuidono queſta regola ancora in due, in

queſto modo. Se l'vltimo numero è parò, moltiplicano il numero prosſimo maggiore per la metà dell'vltimo numero. Ma ſe è diſparo, moltiplicano quello nella metà del numero prosſimo maggiore. Perche in queſto modo ſempre ſi produce la ſomma di tutti li numeri della progresſione. Come nella ſecōda progreſsione naturale di ſopra moltiplicano 11. che è il numero prosſimo maggiore dell'vltimo numero, per 5. cioè per la metà dell'vltimo numero, & fanno 55. che è la ſomma di tutta la progreſsione, come prima. Ma nella prima progreſſione naturale di ſopra, moltiplicano 11. cioè l'vltimo numero, per 6. cioè per la metà del numero prosſimo maggiore dell'vltimo numero, & fanno 66. cioè la ſomma di tutta la progreſsione, come prima.

Altro modo di ritrouare la ſomma della pgreſſione naturale delli numeri.

Nella progreſsione ancora delli numeri diſpari, che comincia dall'1. con poca fatica ſi ritrouarà la ſomma di tutti li termini, ſe ſi moltiplicarà il numero de i termini in ſe ſteſſo. Come quì.

Particolar modo di ritrouare la ſomma delli numeri diſpari.

1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19.

Dalla moltiplicatione di 10. che è il numero de i termini, in ſe ſteſſo ſi fà il numero 100. che è la ſomma di tutta la progreſsione.

Ma il numero de i termini facilmente s'hauerà; ſe all'vltimo numero ſi aggiongerà 1. & ſi pigliarà la metà del numero cōpoſto. Come nel dato eſſempio; ſe s'aggiongerà 1. à 19. ſi farà il numero 20. la metà del quale, che è 10. moſtra il numero de i termini eſſere diece.

Il numero nella pgreſſione delli numeri diſpari in che modo ſi ritroui.

Si che ſe alcuno vorrà la ſomma della progreſſione de i numeri diſpari, che ſi termini in qual ſi voglia numero diſparo propoſto, come dire, in 67. s'hauerà d'aggiongere 1 al dato numero, che quì è 67. Perche la metà del numero compoſto, la quale nel noſtro eſſempio è 34. (atteſo che il numero compoſto è 68.) ſarà il numero de i termini della progreſſione propoſta. Il quale in ſe moltiplicato produrrà rà la ſomma di quella progreſsione. Come nel dato eſſempio, doue'l numero de i termini è 34. ſe ſi moltiplicarà 34. in ſe ſteſſo, ſi farà il numero 1156. che è la ſomma di quella progreſsione. Et coſi nell'altre progreſsioni di numeri diſpari, che terminano in altri numeri.

Particolar modo di ritrouare la ſomma delli numeri pari.

FINALMENTE nella progreſsione delli numeri pari, che comincia da 2. ſenza fatica alcuna ſi ritrouarà ancora la ſomma, ſe la metà dell'vltimo numero, laquale ſẽpre moſtra il numero delli termini della progreſsione, (perche ſempre ſono tanti termini della progreſsione di quelli numeri pari, quante ſono l'vnità nella metà dell'vltimo termine.) ſi moltiplicarà per il numero proſsimo maggiore di quella metà. Come qui.

Il numero delli termini nella progreſſione delli numeri pari in che modo ſi ritroui.

2. 4. 6. 8. 10. 12. 14. 16. 18. 20. 22. 24.

Dalla moltiplicatione di 12. (il qual numero è la metà dell'vltimo termine, ouero il numero de i termini) per 13. che è il numero proſsimo maggiore di quella metà, ouero di quel numero de i termini, ſi fà il numero 156. cioè la ſomma di tutti quelli numeri pari.

ONDE ſe alcuno vorrà la ſomma della progreſſione delli numeri pari, che ſi termini in qual ſi voglia numero paro, come dire, in 100. s'hauerà da moltiplicare la metà dell'vltimo numero propoſto, la quale nel noſtro eſſempio è 50. per il numero proſsimo maggiore di quella metà, il quale qui è 51. Perche il prodotto numero che qui è 2550. ſarà la ſomma di quella progreſsione; & il numero de i termini ſarà 50. cioè la metà dell'vltimo numero 100. nel quale ſi dice finirſi la progreſsione. Et coſi delle altre progreſsioni de i numeri pari, che terminano in altri numeri.

REGOLA II.

L'vltimo termine di qual ſi voglia progreſſione Aritmetica in che modo ſi caui dal numero delli termini, inſieme cõ il primo termine, & la differenza della progreſſione.

SE in qual ſi voglia progreſsione Aritmetica ſarà noto il numero de i termini, inſieme co'l primo termine, & la differenza della progreſsione, ritrouaremo l'vltimo termine, ancorche non habbiamo li termini di mezo, in queſto modo. Dal numero de i termini ſi leui 1. & quello che reſta, ſi moltiplichi per la differenza, & vltimamẽte a queſto prodotto s'aggionga il primo termine. Perche il numero compoſto ſarà l'vltimo termine. Come ſe il primo termine di alcuna progreſsione ſia 3. & il numero de i termini ſia 10. & la differenza 8 conoſceremo il decimo termine, cioè l'vltimo di queſta progreſsione, ſenza quelli di mezo, in queſto modo. Dal numero de i termini che è 10. leuaremo 1. & moltiplicaremo il numero 9 che rimane, per 8. cioè per la differenza della progreſsione, & finalmente al prodotto numero 72. aggiongeremo 3. cioè il primo termine. Perche il numero compoſto 75. è il decimo termine della progreſsione, della quale il primo termine è 3. & la differenza 8 come qui ſi vede, doue ſi pongono tutti li termini.

3. 11. 19. 27. 35. 43. 51. 59. 67. 75.

Queſtione delli boui di Augia.

ADVNQVE ſe alcuno proporrà queſta queſtione. Augia (che fu vn certo Re nel Peloponneſo, che hoggi ſi dice Morea) eſſendo domãdato da Hercole del numero de i buoui che haueua, riſpoſe, tutti li ſuoi buoui p 40. luoghi coſi eſſere diſtribuiti, che quante volte nel primo luogo ſi contẽgono 3. buoui, tante volte nel ſecondo ſiano 5. nel terzo 7. nel quarto 9. &c. Andò Hercole al primo luogo, & ritrouò buoui 30. Adunque quanti buoui haueua Augia, & quãti buoui furno nell'vltimo luogo? Si ſcioglierà queſta queſtione in queſto modo. Perche nel primo luogo ſono dieci volte 3. buoui, ſaranno per tato nel secondo luogo dieci volte 5. cioè 50. & nel terzo dieci volte 7. cioè 70. & così di mano in mano; sì che si constituisca vna progressione Aritmetica, della quale il primo termine sia 30. & la differenza 20. & il numero de i termini 40. S'hauerà adunque da cercare l'vltimo numero in questo modo. Da 40. che è il numero de i termini, si leui 1 & il numero 39. che resta, si moltiplichi per 20. cioè per la differenza, & al numero prodotto 780. s'aggionga il primo termine 30. Perche così si farà l'vltimo termine, ouero il quadragesimo, 810. & tanti buoui furno nel l'ultimo luogo.

HORA ritrouato l'vltimo termine, s'hauerà da ritrouare con quello, & col primo termine, insieme con la differenza, per la prima regola, la somma di tutta la progressione, in questo modo. Il primo termine 30. s'aggionga all'vltimo termine 810. & il numero composto 840. si moltiplichi per 20. cioè per la metà del numero de i termini. Imperoche il numero prodotto 16800. è la somma di tutta la progressione; & cõseguentemente il numero delli buoui di Augia. Ma acciò si vegga, quanti buoui furno in ciascun luogo, & perciò nell'vltimo luogo essere stati 810. hauemo posto quì tutta la progressione.

30. 50. 70. 90. 110. 130. 150. 170. 190. 210. 230.
250. 270. 290. 310. 330. 350. 370. 390. 410. 430.
450. 470. 490. 510. 530. 550. 570. 590. 610. 630.
650. 670. 690. 710. 730. 750. 770. 790. 810.

Questione dei capitani.

SIMILE questione sarebbe, se vno dicesse così. L'Imperatore trà 20. piu valorosi Capitani distribuì li denari ritrouati nel sacco di vna Città, con questa conditione, che à quello, che era stato l'vltimo à salire le mura delli nimici, diede 100. scudi, al penultimo 130. all'antepenultimo 160. & così di mano in mano nel medesimo modo seguitãdo. Quãto adũque fu la somma delli denari, & quanto n'hebbe quello, che fu il primo à salire il muro? Imperoche se da 20.

cioè

cioè dal numero de i termini (perche tanti sono li termini in questa progressione, quanti sono li Capitani) leuarai 1. & il numero che resta, moltiplicarai per 30. cioè per la differenza della progressione, & al numero prodotto 570. aggiongerai il primo numero, cioè 100. farai 670. per l'vltimo termine della progressione: & tanti scudi hebbe il primo Capitano. Hora ritrouato l'vltimo termine, se à quello s'aggiõgerà il primo, cioè 100. acciò si faccino 770. & questo numero si moltiplicarà per 10. cioè per la metà del numero de i termini, si farà la somma di tutti li termini 7700. Adunque tanta fu la somma delli denari distribuiti. Ma tutta la progressione così starà.

100. 130. 160. 190. 220. 250. 280. 310. 340. 370.
400. 430. 460. 490. 520. 550. 580. 610. 640. 670.

DELLE PROGRES SIONI GEOMETRI-
che. Cap. XXV.

Progressione Geometrica che cosa sia.

PROGRESSIONE Geometrica è vn ordine di piu numeri, che si vanno l'vn l'altro auanzando ordinatamente con la medesima proportione. Come qui si vede.

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512. 1024. 2048. &c.

1. 3. 9. 27. 81. 243. 729. 2187. 6561. 19683. &c.

3. 6. 12. 24. 48. 96. 192. 384. 768. 1536. &c.

IMPEROCHE la prima di queste progressioni va caminando per la proportione dupla, si che ciaschedun numero sia due volte maggiore del numero prossimo precedente: Et la seconda procede per la proportione tripla, si che ciaschedun numero sia triplo à quello, che piu vicino li và auanti; & l'vna & l'altra di queste progressioni comincia dal 1. Finalmente la terza progressione seguita ancora per la proportione dupla, non piglia però principio dal 1. ma dal 3.

La progressione Geometrica in che modo si continoui.

Il Denominatore della proportione nella progressione Geometrica in che modo si ritroui.

SI continoua ciascheduna progressione Geometrica verso li numeri maggiori, col moltiplicare per il denominatore della proportione quel numero, dopò il quale la progressione si deue estendere, & cōtinouare. Come se questa progressione della proportione tripla 4. 12. 36. s'habbia da continouare dopò 36. moltiplicaremo l'vltimo numero 36. per il denominatore 3. della proportione, (Il qual denominatore ritrouaremo col diuidere il secondo numero per il primo, ouero qual si voglia altro per il prossimo minore nella medesima progressione) & faremo 108.

108. che sarà il quarto numero della progressione. Il quale di nuouo moltiplicaremo per 3. & produrremo 324. cioè il quinto numero della progressione; & così si procedera di mano in mano in infinito. Così ancora se alcuno vorrà cominciare la progressione dal 7. & seguitare per la proportione quintupla, il denominatore della quale è 5. s'hauerà da moltiplicare 7. per 5. per fare 35. per il secondo numero della progressione. Et di nuouo 35. per 5. per fare 175. per il terzo numero, & di piu 175. per 5. per fare 875. per il quarto numero, &c.

SIMILMENTE la progressione Geometrica si continoua tornando in dietro verso il minor numero, se il minor'estremo si diuiderà per il denominatore della proportione. Come se questa progressione 64. 128. 256. 512. s'hauerà da continouare verso li minori numeri, partiremo il minore estremo 64 per 2. (atteso che il denominatore della proportione sia 2.) & faremò 32. Il qual numero di nuouo partiremo per 2. & ritrouaremo 16 & così di mano in mano in infinito, come in questo essempio si vede.

512. 256. 128. 64. 32. 16. 8. 4. 2. 1. $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{8}$. $\frac{1}{16}$. &c.

La progressione Geometrica si diminuisce in finito.

Et mai sarà fine in questo sminuire, o scemare nella progressione Geometrica. Così ancora se alcuno vorrà incominciare la progressione da 200. & andare verso l'vnità per la proportione sesquialtera, il denominatore della quale e $1\frac{1}{2}$. diuideremo 100. per $1\frac{1}{2}$. per fare $66\frac{2}{3}$. per il secondo numero della progressione. Il quale di nuouo partiremo per $1\frac{1}{2}$. accio facciamo $44\frac{4}{9}$. per il terzo numero, &c.

Proprietà della progressione Geometrica di tre termini.

E PROPRIO della progressione Geometrica di tre numeri, che il numero, il qual si produce dal primo numero nel terzo, sia vguale al numero, che si fa dal numero di mezo moltiplicato in se stesso. Come qui si vede. 3. 9. 27. & si dimostra da Euclide nella propositione 20. del libro 7.

Ma della progressione Geometrica di quattro nume-

numeri è proprio, che il numero, che si fà dalla moltiplicatione del primo numero nel quarto, sia vguale al numero, che si produce dal secondo nel terzo. Come qui si vede, 2.6.18.54. & si dimostra da Eucl ne la propositione 19. del libro 5. Et questo nō solo è vero in quattro numeri continouamente, & senza interuallo proportionali, come sono li quattro numeri del dato essēpio, ma ancora in quattro, che non siano coutinouamente, ma interrottamente proportionali, pur che sia la medesima proportione del secondo al primo, che è del quarto al terzo, come qui vedi 3. 6. 10. 20.

Proprietà della progressione Geometrica di quāti si voglia termini, se il numero de i termini sarà disparo.

DA queste proprietà si raccoglie, che in ogni progressione Geometrica, della quale il numero de i termini è disparo, cioè che hà 3. termini, ò 5. ò 9. &c. il numero, che si fà dalla moltiplicatione delli estremi tra di loro, sarà vguale al numero, che si produce dal la moltiplicatione di qual si voglia due numeri di mezo vgualmente distanti dalli estremi, & di piu al numero, che si fà da quello di mezzo in se stesso moltiplicato. Come qui si vede.

3. 6. 12. 24. 48. 96. 192. 384. 768.

Imperoche essendo, che questi quattro numeri 3. 6. 384. 768. habbino vna medesima proportione, ancor che non sia continoua, sarà per tanto per quello, che poco fa, hauemo detto, il numero, che si fà dal 3. nel 768. vguale à quello, che si fa dal 6. nel 384. Per la medesima ragione il numero, che si fà dal 6. in 384. sara vguale à quello, che si produce dal 12. nel 192. per hauere questi quattro numeri 6. 12. 192. 384. vna medesima proportione, ancorche non continoua; & così de gl'altri, se saranno piu, finche veniamo alli tre di mezo. 24. 48. 96 li quali hanno vna medesima proportione. Onde per quello, che poco fa, hauemo insegnato, il numero prodotto dal primo nel terzo sarà vguale al numero, che si produce da quello di mezo in se stesso moltiplicato. La medesima ragione è in tutte l'altre progressioni Geometriche di questa sorte.

Proprietà della progressione Geometrica di quāti si voglia termini, se il numero de termini sarà paro.

DALLA seconda proprietà si caua ancora, che in ogni progressione Geometrica, della quale il numero de i termini è paro, cioè, che ha 4. termini, ò 8. ò 100. &c. il numero prodotto dalla moltiplicatione delli estremi tra di loro, sarà vguale al numero, che si produce dalla moltiplicatione di qual si voglia due numeri di mezzo vgualmente distanti dalli estremi tra di loro. Come quì è manifesto.

3. 6. 12. 24. 48. 96. 192. 384.

Il che prouaremo, come prima, eccettuando solamente questo, che nell'vltimo luogo s'hanno da pigliare i quattro numeri di mezo, 12. 24. 48. 96. & non solamente tre, come prima. Perche quì non è solo vn numero di mezo, ma due. Hora seguitano alcune regole appartenenti alle progressioni Geometriche.

REGOLA I.

La somma di qual si voglia progressione Geometrica in che modo si ritroui.

SE in qual si voglia progressione Geometrica sarà conosciuto il Denominatore della proportione, insieme co'l minore, & maggiore estremo, cioè co'l primo & vltimo numero, uerremo in cognitione della somma di tutti i termini, in questo modo. Leuisi il primo termino dall'vltimo, & il numero che resta, si diuida per il numero, che sia d'vna vnità minore, che il Denominatore. Perche se al Quotiente s'aggiongerà l'vltimo termine, ouero il maggiore estremo, si comporrà la somma di tutti i termini. Come in questa progressione.

3. 12. 48. 192. 768. 3072. 12288. 49152.

Leuato'l 3. dal 49152. rimane 49149. Et perche il Denominatore della proportione quadrupla, che hanno

hanno li numeri della data progressione, è 4. diuideremo 49149 per 3. & al Quotiente 16383. aggiongeremo l'vltimo termine, ò il maggior'estremo 49152 & faremo la somma di tutta la progressione 65535 Cosi ancora.

$$4.\ 6.\ 9.\ 13\tfrac{1}{2}.\ 20\tfrac{1}{4}.\ 30\tfrac{3}{8}.\ 45\tfrac{9}{16}.$$

Leuato'l 4. dal $45\frac{9}{16}$. restarà $41\frac{9}{16}$. il qual numero se si diuiderà per $\frac{1}{2}$. (Perche $1\frac{1}{2}$. è il Denominatore della proportione sesquialtera, che hanno li numeri di q̃sta progressione, & leuato 1. rimane $\frac{1}{2}$) si farà il Quotiente $83\frac{1}{8}$. alquale se s'aggiongerà l'vltimo numero, ouero il maggior'estremo $45\frac{9}{16}$. si farà la somma di tutta la progressione $128\frac{11}{16}$. Et nel medesimo modo ritrouaremo la somma di qual si voglia altra progressione Geometrica.

Si che, come tu vedi, basta, che si conosca il primo termine, & l'vltimo, insieme co'l Denominatore della proportione, per ritrouare la somma di tutta la progressione, ancorche non si sappiano li termini di mezo. Ma in che modo possiamo venire in cognitione dell'vltimo termine, ancorche non si continoui tutta la progressione, lo dichiararemo nella seguente seconda regola.

Particolar modo di ritrouare la sõma della pgressione della pportione dupla della quale il principio è 1.

Nella progressione però Geometrica della proportione dupla, della quale il principio è 1. facilissimamente si ritrouarà la somma di tutta la progressione di quanti si voglia termini, se l'vltimo termine si radoppiarà, cioè si moltiplicarà per 2. & dal numero così doppiato se ne cauarà 1. Come quì.

$$1.\ 2.\ 4.\ 8.\ 16.\ 32.\ 64.\ 128.\ 256.\ 512.$$

Se l'vltimo termine 512. si radoppiarà, & dal doppiato 1024. se ne leuarà 1. se n'hauerà la somma di tutta la progressione, 1023.

Nella pgressione della proportione dupla che comincia dal 1. ciaschedũ numero, leuata prima l'vnità, è la somma di tutti li numeri antecedenti.

Dal che seguita, che qual si voglia numero in questa sorte di progressione, leuãdo prima vna vnità, sia la somma di tutti li termini precedenti, conciosia che ciascuno termine sia doppio del numero prossimo precedente.

REGOLA II.

Se nella pgressione Geometrica, che comincia dal 1. alcun numero moltiplica se stesso, ouero altro numero, che luogo occupi il numero prodotto.

In ogni progressione Geometrica, che comincia dal 1. qual si voglia numero moltiplicando se stesso produce il numero, che stà tãto lontano da quello, quanto esso stà lontano dall'vnità. Et qual si voglia numero moltiplicando vn'altro maggiore, qualunque si sia, produce il numero, che stà tanto lontano di quello maggiore, quãto esso minore stà lontano dall'vnità. Questa regola chiarissimamente si caua dalla propositione 11. del lib. 8. di Euclide, si come nel scolio della medesima propositione hauemo dichiarato. Come in questa progressione della proportione dupla.

$$1.\ 2.\ 4.\ 8.\ 16.\ 32.\ 64.\ 128.\ 256.\ 512.\ 1024.$$

Se il numero 16. che tiene il quinto luogo doppo l'vnità, si moltiplicarà in se stesso, si produrrà il numero 256. che ancora tiene il quinto luogo doppo'l numero 16. cioè il nono nella progressione. Cosi ancora, se il numero 32. che occupa il sesto luogo doppo l'vnità, si moltiplicarà in se stesso, si produrrà il numero 1024. che tiene ancora il sesto luogo doppo 32. cioè l'vndecimo nella progressione. Di piu il numero 8. nel quarto luogo moltiplicando il numero 64. produce il numero 512. da douersi porre nel quarto luogo doppo'l numero 64.

Ciascheduno numero nella pgressione Geometrica, che comincia dal 1. moltiplicando se

Di modo che si potrà di quà cauare questa regola. Se nella progressione Geometrica, della quale il principio è 1. qualũque numero, che occupi qual si voglia luogo, moltiplicarà se stesso, si produrrà vn numero da porsi nel luogo doppio maggiore, manco d'vna vnità, che non è il luogo del numero moltiplicato. Come se il numero, che moltiplica se stesso

stesso produce il numero da douersi porre nel luogo doppio ma giore manco d'vna vnità del numero che moltiplica.

stesso, occupa il terzo luogo, si farà il numero da scriuersi nel quinto luogo: Et se occupa il settimo luogo, si produrrà il numero da porsi nel terzodeci mo luogo, &c. Ilche chiaramente è stato dimostrato nella superiore progressione della proportione dupla, & il stesso ancora manifestissimamente si vede in questa progressione della proportione quadrupla.

1. 4. 16. 64. 256. 1024. 4096. 16384. 65536.

Perche se il numero 64. posto nel quarto luogo mol tiplicarà se stesso, farà il numero 4096. da douersi porre nel settimo luogo. Cosi ancora il numero 256. che occupa il quinto luogo, moltiplicando se stesso produce il numero 65536. da porsi nel nono luogo.

La progressione naturale delli numeri in che modo dimostri, in qual luogo ciascheduno numero pdotto s'habbia da porre nella progressione Geometrica che comincia dal l'1.

MA accio si sappia piu facilmente, in qual luogo qual si voglia numero prodotto si deui collocare, s'hauerà da scriuere la progressione naturale dei numeri sotto la progressione Geometrica proposta, con quest'ordine. Sotto 1. cioè sotto il primo numero, si scriua 0. sotto il secondo numero si ponga 1. sotto il terzo, 2. sotto il quarto, 3. & cosi di mano in mano, come è stato fatto in questa progressione della proportione dupla.

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512. 1024. 2048.
0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11.

Perche ciascheduno numero della progressione Geometrica moltiplicando se stesso produce il numero da porsi sopra quel numero della progressione naturale de i numeri, che è doppio di quello, che si scriue sotto il numero che moltiplica se stesso: Et qual si voglia numero moltiplicando vn'altro qual si voglia produce il numero da porsi sopra quel numero della progressione naturale de i numeri, che risulta dalla somma di due numeri, li quali sono posti sotto li due

li due numeri moltiplicanti. Come se il numero 32. si moltiplichi in se stesso, produrrassi il numero 1024. da porsi sopra il 10. per essere il numero 10. doppio del numero 5. ilquale si scriue sotto il nume ro 32. Di piu dalla moltiplicatione del 8. nel 256. si produrrà il numero 2048. che si ha da porre sopra 11. Imperoche il numero 11. si compone dal 3. & 8. li quali numeri sono scritti sotto l'8. & 256.

ET perche quante vnità sono in qual si voglia numero della progressione naturale de i numeri, tal luogo, & vn di piu nella progressione Geometrica occupa il numero sopra quello posto, come chiara mente si vede nel superiore essempio, facilmente ritrouaremo il numero di qual si voglia luogo nella progressione Geometrica, ancorche non scriuiamo tutti li numeri di mezo. Come per essempio, habbia si da ritrouare il numero, che s'ha da porre nel vigesimo luogo della sopradetta progressione. Prima scriuo quattro ò uero piu numeri della progressione, insieme con la progressione naturale, come tu vedi qui.

In che modo si ritroui il numero di qual si voglia luogo nella progressione Geometrica, che comincia dall'1. senza li termini di mezo.

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64.
0. 1. 2. 3. 4. 5. 6.

Doppo moltiplico, verbi gratia, 8. in se, & fo 64. che è il numero del settimo luogo, cioè sotto'l quale è posto il numero 6. d'vna vnità minore del numero de i sette luoghi; atteso che il numero 3. sotto l'8. doppiato faccia 6. Che se moltiplicaremo 8. in 64. faremo il numero 512. del decimo luogo, cioè sotto il quale si scriuerebbe il numero 9. d'vna vnità minore del numero de i dieci luoghi; atteso che li numeri 3. & 6. sotto'l quarto & il settimo luogo faccino 9. Di nuouo se il numero 512. del decimo luogo, sotto il quale si pone il numero 9. moltiplicaremo in se stesso, produrremo il numero 262144. che s'ha da scriuere nel decimonono luogo, cioè sotto il quale si porrebbe il numero 18. d'vna vnità minore del

del numero de i diecenoue luoghi; atteso che il numero 9. sotto il decimo luogo, doppiato faccia 18. Hora perche dal 18. il qual numero si scriue sotto il decimonono luogo, & dal 1. che sotto il secondo luogo si pone, si fà 19. se moltiplicaremo il numero 2. posto sopra l'1. per il numero 262144. posto sopra 18 faremo il numero 524288. che s'ha da scriuere nel vigesimo luogo, cioè sotto il quale si pone il numero 19. composto dal 18. & 1.

Di piu se alcuno vorrà nella medesima progressione il numero, che s'hà da porre nel luogo decimoottauo, moltiplicaremo 32. sotto il quale si pone 5. in se stesso, & produrremo il numero 1024. che s'ha da scriuere nel vndecimo luogo, sotto il quale numero si pone il numero 10. che è doppio del numero 5. Et perche dal 10. il qual numero si pone sotto l'vndecimo luogo, & dal 6. che si pone sotto il settimo luogo, si fà 16. il qual numero si scriue sotto il decimosettimo luogo; se il numero 64. del settimo luogo moltiplicaremo per il numero 1024. del l'vndecimo luogo, produrremo il numero 65536. del decimo settimo luogo. Finalmente perche dal 16. il qual numero si pone sotto il decimosettimo luogo, & dall'1. che si pone sotto il secondo luogo, si fà il numero 17. che si scriue sotto il decim'ottauo luogo; se moltiplicaremo il numero 65536. del decimosettimo luogo gia ritrouato per il numero 2. del secondo luogo, faremo il numero 131072 che s'ha da scriuere nel decim'ottauo luogo, cioe sotto il quale si pone il numero 17.

Tutte quelle cose che sono state dette in questa regola della progressione Geometrica, che comincia dal 1. sono ancora vere nella progressione Geometrica, che non comincia da 1 ma da vn'altro numero qual si voglia.

Tutte queste cose quadrano ancora, & si verificano in qual si voglia progressione Geometrica, che non comincia dall'1. ma da qual si voglia altro numero, purche ciascheduno numero dalla moltiplicatione prodotto diuidiamo per il primo numero della progressione. Perche il Quotiente farà il numero che si cerca. Come in questa progressione della proportione dupla si vede.

5. 10.

5.	10.	20.	40.	80.	160.	320.	640.	1280.	2560.	5120.
0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.

Perche se si moltiplicarà in se stesso il numero 80. che occupa il quinto luogo doppo'l primo numero, si farà il numero 6400. il quale partito per il primo numero, come dire per 5. farà il Quotiente 1280. che s'ha da scriuere nel quinto luogo doppo'l numero 80. cioè nel nono luogo, sotto il quale si pone il numero 8. il quale è doppio del numero 4. posto sotto il numero 80. moltiplicato. Doue tu vedi, che il numero 80. del quinto luogo, quando moltiplica se stesso, produce vn'numero, che partito per il primo numero della progressione fa il Quotiente 1280. che s'ha da porre nel luogo doppio maggiore, manco d'vna vnità, che non è il luogo del numero moltiplicato; poiche'l numero moltiplicato 80. stà nel quinto luogo, & il Quotiente 1280. nel nono. Così ancora, se il numero 40. del quarto luogo moltiplicarà il numero 640 & il numero prodotto 25600. si diuiderà per il primo numero 5. si farà il Quotiente 5120. che s'ha da scriuere nel quarto luogo doppo'l numero 640. cioè nel luogo 11. sotto il quale si pone il numero 10. Composto dal 3. posto sotto il 40. & dal 7. posto sotto il 640. Che se moltiplicaremo il numero 1280. per 5120 faremo il numero 6553600. che partito per il primo numero 5. ci darà il Quotiente 1310720. da porsi nel decimonono luogo, cioè il quale auanza d'vna vnità il numero 18. composto dalli numeri 8. & 10. posto sotto li numeri moltiplicati

Così parimente (acciò poniamo ancora vn'essempio in vn'altra progressione) in questa progressione della proportione settupla.

2.	14.	98.	686.	4802.	33614.	235298.
0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.

R 1647086.

1647086.	11529602.	80707214.
7.	8.	9.

Se il numero 4802. che tiene il quinto luogo dop-
pò'l primo, si moltiplicarà in se stesso, produrrassi
il numero 23059204. il qual partito per il primo
numero, cioè per 2. ci darà il Quotiente 11529602.
da porsi nel quinto luogo doppo'l numero 4802.
cioè nel nono luogo, sotto il quale si pone il nume
ro 8. che è doppio del numero 4. posto sotto'l nu-
mero 4802. moltiplicato. Così ancora, se'l numero
98. del terzo luogo si moltiplicarà per il numero
1647086. & il numero prodotto 161414428. si diui
derà per il primo numero 2. farassi il Quotiente
80707214. da scriuersi nel terzo luogo doppo'l nu
mero 1647086. cioè nel luogo decimo, sotto il quale
si pone il numero 9. composto dal 2. posto sotto il
98. & dal 7. posto sotto il 1647086. &c.

In che modo il numero di qual si voglia luogo si ritroui nella progressione Geometrica che comincia da qual si voglia numero, senza li numeri di mezo

Da queste cose facilmente ritrouaremo il nume
ro di ciascun'luogo. Imperoche se nella prima pro
gressione s'hauerà da trouare il numero, che si de-
ue porre nel trigesimo luogo, moltiplicaremo il nu
mero 5120. in se stesso, per fare 26214400. il quale
numero partito per 5. farà il Quotiente 5242880.
da porsi nel luogo vigesimo primo, cioè il quale a-
uanza d'vn'vnità il numero 20. che è doppio del nu
mero 10. posto sotto il 5120. in se moltiplicato, &
che si pone sotto il vigesimo primo luogo. Et per
che 20. & 9. fanno 29. se moltiplicaremo il numero
ritrouato 5242880. del vigesimo primo luogo, sot-
to il quale si pone il numero 20. per 2560. sotto il
quale si scriue il numero 9. faremo vn numero, che
partito per 5. farà il Quotiente 2684354560. da
porsi nel trigesimo luogo, cioè il quale auanza d'v-
na vnità quel numero composto 29.

Vedi adunque, che possiamo ritrouare il nu-
mero estremo di qual si voglia progressione Geome
trica, ancorche non si scriuino tutti li numeri di me

zo di quella progressione, con più operationi però,
che non habbiamo fatto di sopra nella seconda re-
gola delle progressioni Aritmetiche.

Ma perche nella prima regola delle progressio-
ni Geometriche habbiamo detto, che qual si voglia
numero della progressione Geometrica della pro-
portione dupla, che comincia dal 1. leuata prima l'v-
nità da quello; è la somma di tutti li numeri prece
denti; & in questa seconda regola habbiamo inse-
gnato; che qualunque numero della progressione
Geometrica, che comincia dal 1. moltiplicando se
stesso produce vn numero da porsi nel luogo dop-
pio maggiore, manco d'vna vnità, che non è il luo-
go del numero moltiplicato in se stesso; seguita, che
se si aggiongerà 1. alla somma di quanti numeri tu
voi della progressione Geometrica della propor-
tione dupla, che comincia dal 1. & la somma si mol-
tiplicarà in se stessa, si produrrà, leuata prima vn'v-
nità dal prodotto, la somma di due volte piu nume
ri della medesima progressione. Perche la prima
somma aggiongendosegli l'vnità, costituisce il nu-
mero prossimo seguēte nella medesima pgressione,
il qual numero moltiplicando se stesso produce vn
numero, che s'ha da porre nel luogo doppio maggio
re, mãco d'vna vnità, che nõ è il luogo del numero
moltiplicato in se stesso; & perciò, leuata l'vnità, il
medesimo numero sarà la somma di tutti li numeri
precedenti, li quali senza dubio sono due volte più
che li primi, delli quali è stata pigliata la somma. Cõ
me per essempio, la somma di sette termini, aggion-
gendogli l'vnità, fa il termine ottauo, che moltipli
cato in se stesso produce il decimoquinto termine,
cioè il numero che s'ha da porre nel doppio mag-
gior luogo manco d'vna vnità, che non è l'ottauo;
il qual termine decimoquinto, leuandogli l'vnità,
sarà senza fallo la somma delli quattordeci termini
precedenti, cioè la somma di doppio piu termini,
che sette, la somma delli quali fu presa. Et la medesi
ma ragione è in tutti l'altri termini.

La somma di quanti numeri tu voi della progressione Geometrica della proportione dupla che comincia dal 1. aggiontoli prima l'vnità, se moltiplica se stessa produce vn numero che leuata prima l'vnità è la somma di due volte piu termini.

In che modo facilmēte si ritroui la sōma di 64. luoghi della progressione Geometrica della proportione dupla che comincia dal 1.

Si che se alcuno breuemente desidera di ritrouare la somma di 64. termini della progressione Geometrica della proportione dupla, che comincia dal 1. cioè quanti luoghi sono a ponto nel gioco delli scacchi, s'hauerà da pigliare prima la somma di questi quattro termini 1. 2. 4. 8. cioè 15. Doppò agiontagli l'vnità, s'hauerà da moltiplicare la somma 16. in se stessa. Perche se dal numero prodotto 256. si leuarà 1. restarà la somma di otto termini 255. In oltre tornando ad aggiongere l'vnità, s'hauerà da moltiplicare la somma 256. in se stessa, accio si faccia il numero 65536. & percio la somma di 16. termini 65535. Che se di nuouo, aggionta l'vnità, la sōma 65536. si moltiplicarà i se stessa, si farà il numero

1 0
4294967296.

Ilquale, leuata prima l'vnità, darà la somma di 32. termini, 4294967295. Vltimamente se il numero 4294967296. si moltiplicarà in se stesso, si farà il numero 18446744073709551616. il quale, leuata prima l'vnità, darà la somma di 64. termini

3 2 1 0
18446744073709551615.

Quanti denari si ricerchino accio s'empino li 64. luoghi del gioco delli scacchi in tal modo però, che nel primo luogo si pōghi 1. quattrino, nel secondo 2. nel terzo 4. & così di mano in mano seguitando per la proportione dupla.

Et tanti quattrini ci bisognaranno, a chi vorrà empire tutti li 64. luoghi del gioco delli scacchi, ponēdo nel primo luogo 1. nel secondo 2. & 4. nel terzo, & 8. nel quarto, & così seguitando di mano in mano per la proportione dupla: i quali quattrini fanno scudi (dando a ciascun scudo quattrini 400)

2 1 0
46116860184273879 $\frac{3}{80}$.

che a pena tanti denari si ritroua in vn regno, ò in più

più ancora, ouero in tutto'l mondo; il che à molti pare incredibile.

Anzi à pena sono tante granella di grano in tutto il mondo, quante se ne conterrebbono nelli detti 64. luoghi del scacchiero, se nel primo si ponesse 1. granello, nel secondo 2. nel terzo 4. &c. Il che così faremo manifesto, ancorche à molti paia cosa al tutto incredibile. Secondo li medici & spetiali, 60. granella fanno vna dramma, cioè $\frac{1}{8}$. d'vn'oncia; & per ciò 480. granella 1 oncia, & 5760. granella 1. libra. Essendo adunque, che 600. libre communemente faccino vna misura di grano, la quale in Roma si dimanda Rubio, & che poco differisce da quella misura, che li marinari d'Italia domandano Salma, staranno in vn Rubio 3456000 granella. Onde se le

Quante granella di grano costituischino vn Rubio.

3 2 1 0
18446744073709551615.

granella, che si contengono in detti 64. luoghi del scacchiero, si diuideranno per le 3456000 granella, che fanno vn Rubio, ne risultaranno Rubij

2 1 0
5337599558365.

Quante naui si ricerchino a portare il grano posto nelli 64. luoghi del gioco delli scacchi.

& non so che di più: quanti penso a pena si possano ritrouare insieme in tutto'l mondo. Perche conciosia che vna naue ordinaria communemente porti Rubij 3000. si ricercarebbeno al māco à portare quel grano naui

1 0
1779199852.

che per caricarle ogniuno facilmente potrà persuadersi, che a pena bastarebbe il grano di tutto il mondo. Che se in tutto il mondo a pena sono

3 2 1 0
18446744073709551615.

granella di grano, molto manco vi saranno tanti quattrini, ancorche tutte le monete si riducessero a quattrini, non essendo dubio ad alcuno, che nel mó do è maggior'abondanza, & copia di grano, che di denari. Il che anco da questo si può conoscere.

PERCHE lo scudo d'oro a Roma vale baiocchi 115. ouero quattrini 460. se li quattrini 18446744073709551615. che si contengono nelli detti 64. luoghi del scacchiero, si diuiderãno p baiocchi 115. cioè p quattrini 460. si farãno scudi d'oro.

2 1 0
40101617551542503.

& vn'poco più. Et perche 100. ducati d'oro fanno 1. libra, côterrá si 18000000. scudi d'oro ï 180000. libre, cioè quante commodamente può portare vna naue ordinaria, essendo che 3000. Rubij, che carica no vna naue, faccino libre 1800000. il qual peso auanza di gran lunga quella gran'Aguglia di pietra, che si vede in Roma apresso a S. Pietro, atteso che quella, si come affermano l'intelligenti di queste cose, non pesi piu che libre 1180000. anzi secondo alcuni manco, la quale nondimeno potersi a pena portare con vna naue, facilmente si persuaderà, chi bene considera la grandezza di essa. Il che voglio hauer detto, accio nissuno pensi, che noi hauiamo dato poco ad vna naue, dandoli libre 1800000. cioè 3000. Rubij di grano, ouero 18000000. scudi d'oro. Da quì nasce, che p portare 40101617551542503. scudi d'oro, sarãno necessarie 222786764. naui, & anco piu. Et chi dubita, che li denari di tutto'l mondo, ancorche si riducessero a scudi d'oro, nõ sono tãti, che caricassero tãte naui.

Quante naui si ricerchino a portare li denari posti nelli 64. luoghi del gioco delli scacchi, se si riducessero a scudi d'oro.

CHE

CHE se alcuno nel primo luogo porrà 1. quattrino, ouero granello; 2. nel secondo; 6. nel terzo; 18. nel quarto; 54. nel quinto, & cosi di mano in mano; tal che'l numero posto in ciascun luogo sia doppio di tutti quelli insieme, che ne i luoghi precedẽti sono posti. Il che alhora s'osseruarà, quando si moltiplicarà il numero del secondo luogo per 3. & similmente il numero prodotto, & cosi di mano in mano. Come in questa progressione è manifesto.

Nella progressione, della quale il primo termine è 1. il secõdo 2. ma il terzo triplo del secondo, & similmente il quarto triplo del terzo & cosi di mano in mano; ciaschedũ termine è doppio di tutti li termini precedenti.

1. 2. 6. 18. 54. 162. 487. 1458. 4374. 13122. &c.

LA qual cosa cosi si potrà dimostrare. Perche'l numero di ciaschedun luogo è doppio delli numeri posti in tutti li precedenti luoghi, conterrà necessariamente il detto numero due volte'l numero del prossimo luogo precedente, & parimente due volte li numeri di tutti gl'altri luoghi precedenti. Essendo adunque, che'l numero del prossimo luogo precedente contenga ancora li numeri di tutti gl'altri luoghi precedenti due volte, abbracciarà il detto numero tre volte'l numero del prossimo luogo precedente. Come per essempio, perche'l numero 18. del quarto luogo è doppio di questi numeri 1. 2. 6. côterà'l detto numero 18. due volte'l numero 6. & di più due volte li numeri 1. 2. Onde essendo che'l numero 6. sia doppio ancora delli numeri 1. 2. conterrà'l medesimo numero 18. due volte'l numero 6. & di piu vna volta, cioè li numeri 1. 2. ancora due volte: & perciò se si moltiplicarà'l numero 6. per 3. produrrassi'l numero 8. del seguente luogo, il quale è tre volte tanto, quãto il numero del prossimo luogo precedẽte, & doppio de i numeri in tutti gl'altri precedenti luoghi. Et la medesima ragione è in tutti gl'altri. Che se alcuno, dico, porrà li quattrini, ouero li grani in questo modo nelli detti 64. luoghi del scacchiero, si ritrouarà molto maggior somma, che prima.

LA QVAL somma in questo modo si raccorrà, ancor-

In che modo si ritro

ui la sõma delli 64. termini che comin ciano dal 1 & che vã no seguitã do in tal modo, che ciaschedũ termine sia doppio di tutti li termini precedenti.

ancorche non si ponghino tutti i numeri di quella progressione. Perche tutti li numeri procedono con proportione tripla, cominciando dal secondo luogo, s'hauerà da ricercare il numero del luogo sessagesimoterzo della proportione tripla, che comincia dal 2. Imperoche questo numero ritrouato occuparà il luogo 64. del scacchiero. Et questo conosciuto, si ritrouarà la somma di tutti li 63. luoghi, come hauemo insegnato nella prima regola delle progressioni Geometriche, alla quale se s'aggiongerà l'vnità posta nel primo luogo del detto gioco, s'hauerà la somma di tutti li 64. luoghi Come per essempio, posti questi cinque termini 2.6.18. 54. 162. se si moltiplicarà il quinto in se stesso, & il prodotto si diuiderà per il primo, si produrrà il numero 13122. da porsi nel nono luogo, cioè nel doppio maggior luogo, manco d'vna vnità, che nõ è il luogo del numero in se moltiplicato, si come detto habbiamo in questa seconda regola. Et se di nuouo il numero 13122. del nono luogo si moltiplicarà in se stesso, & il prodotto si diuiderà per il primo, cioè per 2. si farà'l numero 86093442. da porsi nel decimosettimo luogo. Ilche se di nuouo si moltiplicarà in se stesso, & il prodotto si diuiderà per il primo, si farà il numero 3706040377703682. da porsi nel trentesimoterzo luogo. Il quale se di nuouo si moltiplicarà in se stesso, & il prodotto si diuiderà p il primo, si produrrà il numero seguẽte,

5 4 3 2 1 0
6867367640585024969315698178562.

che s'ha da collocare nel sessagesimo quinto luogo. Ma noi cerchiamo il numero del sessagesimoterzo luogo, al quale il numero ritrouato del sessagesimoquinto luogo hà la proportione duplicata del la tripla, cioè noncupla, per la definitione 10. del libro 5. di Euclide, atteso che li numeri posti nel luo

go sessagesimoterzo, sessagesimoquarto, & sessagesimoquinto, hanno vna continoua proportione tripla. Per la qual cosa se partiremo il numero ritrouato per 9 ritrouaremo questo numero seguente, che s'hauerà da porre nel sessagesimoterzo luogo.

4 3 2 1 0
763040848953891663257299797618.

Hora leuato il primo numero 2. dal detto numero ritrouato, & il resto partito per il numero di vna vnità minore, che'l denominatore della proportione tripla, cioè per 2. & finalmente aggionto il Quotiẽte al numero ritrouato del sessagesimoterzo luogo, si farà la somma di tutti li sessantatre luoghi, alla quale s'aggiongerà l'vnità posta nel primo luogo del scacchiero, si comporrà questa somma de i 64. luoghi del detto scacchiero.

5 4 3 2 1 0
1144561273430837494885949696427.

Vn'altro modo di ritrouare la somma delli 64 termini, che comincia no dal 1. & in tal modo uadino seguitãdo, che ciascheduno termine sia doppio di tutti li termini precedẽti.

Ritrovaremo questa medesima somma ancora così Moltiplichisi la somma de i tre primi luoghi del scacchiero, che è 9. in se stessa, & farassi la somma 81. di due volte piu luoghi, mãco vno, che non sono li tre luoghi, la somma delli quali fu prensa, & moltiplicata in se stessa, cioè la somma di cinque luoghi: la quale se di nuouo si moltiplicarà in se stessa, farassi al medesimo modo la somma 6561. di noue luoghi, cioè di due volte piu luoghi, che cinque, manco vno, la quale di nuouo moltiplicata in se stessa produrrà la somma 43046721. di diecesette luoghi: & questa di nuouo moltiplicata in se stessa farà questa somma 1853020188851841. di trentatre luoghi: laquale di nuouo moltiplicata in se stessa produrrà la somma seguente.

5 4 5 2 1
3433683820292512484657849089201.

di sessantacinque luoghi. Ma noi cerchiamo solamente la somma di sessantaquattro luoghi, la quale si contiene tre volte nella somma ritrouata de i sessantacinque luoghi, atteso che la somma di quanti si voglia luoghi sia tripla della somma di tutti li luoghi precedenti. Imperoche essendo il numero dell'vltimo luogo, cioè (nel detto essempio) del sessagesimoquinto, doppio delli numeri di tutti li precedenti luoghi, seguita, che aggionta la somma de i numeri di tutti li precedenti luoghi al numero del sessagesimoquinto luogo, si faccia la somma di tutti li sessantacinque luoghi, che abbracciarà la somma delli precedenti sessantaquattro luoghi tre volte. Per il che partita la somma ritrouata per 3. ne risultarà questa somma seguente.

Quanto grano si ricerchi, accio s'empino li 64. luoghi del gioco delli scacchi in tal modo però, che nel primo luogo si ponghi 1. nel secondo 2. nel terzo 6. nel quarto 18. & cosi di mano in mano, in tal modo, che li grani del luogo seguente siano doppij di tutti li grani insieme posti nelli luoghi precedenti.

5 4 3 2 1 0
11445612734308374948859496964 27.

delli sessantaquattro luoghi del gioco delli scacchi, come prima.

Tvtti questi grani, se si diuideranno per 3456000 che fanno vn Rubio, faranno li seguenti Rubij

3 2 1 0
331180924025126589955425 $\frac{53201}{128000}$.

Et quante naui siano necessarie a portare quel grano.

che per portarle mettendo 3000. Rubij per naue, faranno necessarie tutte queste naui seguenti,

3 2 1 0
110393641341708863318 $\frac{19}{48}$.

che

che coprirebbono 102714380. globi composti dalla terra & acqua. Il che cosi faremo chiaro. Poniamo, che il piano supremo di vna naue sia vguale ad vn quadrato, il cui lato sia di 70. palmi, di quelli, che appresso li Matematici & architetti sono in vso; poi che ordinariamente la longhezza della naue è di 120. palmi, & la larghezza d 40. se si riducesse ad vn parallelogrammo rettangolo. Onde ne seguita, che il piano di essa contenga palmi quadrati 4800. del qual numero la radice quadrata è quasi 70. Essẽdo adũque che 5500. palmi, poco piu ò meno, faccino vn miglio, & perciò palmi 133750000. faccino miglia 22500. cioe tante, quante si contengono in tutto'l giro della terrà; se partiremo questi palmi per 70. cioè per la longhezza, ouero larghezza di vna naue quadrata, ritrouaremo in tutto'l giro della terra contenersi naui 1910714. che si tocchino l'vna l'altra. Nel medesimo modo palmi 39374500. saranno tutto'l diametro della terra, che contiene miglia 7159. li quali palmi se di nuouo li partiremo per 70. ritrouaremo nel diametro della terra comprendersi naui, che si tocchino l'vna l'altra, quasi 562493. Hora moltiplicando le naui 562493. del diametro per le naui 1910714. del giro, faremo le naui seguẽti,

Quante naui coprirano tutta la superficie della terra & del mare se l'vna toccasse l'altra.

2 1 0
1074763250002.

che copriranno tutta la superficie della terra & del mare, poi che, come hauemo scritto nel fine del 1. capitolo della sfera, dalla moltiplicatione del diametro nel giro del massimo circulo di qual si voglia sfera, si produce tutta la superficie della sfera. Et se per queste naui di tutta la superficie della terra, & acqua partiremo quelle naui di sopra ritrouate, cioè 110393641341708863318. che si ricercano à portare il detto grano, ritrouaremo 102714380. globi della terra & del mare composti, & tutti coperti dalle

Quanti globi fatti dell'acqua & della ter ta ſi copriranno dalle naui, che ſono neceſſarie a portare il grano detto poco fa.

le naui richieſte à portare'l detto grano: la qual ſomma di grano auanza di gran lunga il grano di tutto'l mondo; atteſo che ſe naui, nelle quali fuſſe il grano di tutto'l mondo, non potrebbero coprire ne anco vna terra ſola, come facilmente ogn'vno potrà giudicare.

IN vn'altro modo dichiararemo queſta incomprenſibile moltitudine del grano, ſe ricercaremo, quanti globi, ouero ſfere ſi poſſino fare da quelle granella, che ſecondo queſto vltimo modo nelli 64. luoghi del ſcacchiero ſono cõtenute; delle quali ſfere ciaſcuna ſia vguale al globo di tutta la terra inſieme co'l mare. Il che così ſi farà. Perche le granella del grano nõ ſono tondi, pigliaremo in vece loro tante granella di coriandolo, che ſono tonde, ancorche ſiano vn poco piu piccole, che le granella del grano. Imperòche così auuerrà, che piu globi terreſtri ſi faranno dalle granella del grano, che dalle granella di coriandolo, eſſendo che ce ne vadino manco di quelle, che di queſte, à fare vn'globo, & pur ne ſia tanto numero di quelle, quanto di queſte nelli 64 luoghi del gioco delli ſcacchi. Adunque perche 18 granella di coriandolo (ſi come io n'hò fatto l'eſperienza) fanno la quarta parte di vn' piede Geometrico, & vn'poco piu, potremo con ragione dire, che 70. granella meſſe per ordine in vna linea retta, che ſi tocchino l'vn' l'altro, faccino la longhezza di vn piede. Onde hauẽdo le ſfere tra di loro proportione triplicata delli loro diametri, come Euclide dimoſtra nella propoſitione 18. del lib. 12. cõterranſi nella ſfera, della quale il diametro ſia vguale à vn piede Geometrico, granella di coriandolò 343000. poiche queſto numero all'1. ha proportione triplicata di quella, che hà vn'piede Geometrico di 70. granella all'1. come qui ſi vede.

1. 70. 4900. 343000.

IN oltre, perche 5000. piedi Geometrichi fanno

vn

vn miglio, ſeguita che per la medeſima ragione la ſfera, della quale il diametro ſia ad vn'miglio vguale, habbia alla ſfera, della quale il diametro ſia vguale ad vn'piede, la medeſima proportione, che queſto numero 125000000000. ha all'1. eſſendo che queſto numero all'1. habbi proportione triplicata di quella, che 5000. piedi hanno all'1. come qui ſi vede.

1. 5000. 25000000. 125000000000.

Per la qual coſa, eſſendo che la ſfera, che hà il diametro d'vn piede, contenga 343000. granella di coriandolo, ſtaranno nella ſfera, della quale il diametro ſia vguale ad vn'miglio, granella 42875000000000000.

DI poi, perche il diametro della terra contiene miglia 7159 poniamo noi, che cõtenga miglia 7200. per fare la terra piu grande che non è, & conſeguentemente per fare minor numero di terre dalle dette granella, che in vero ſi farebbero, ſe pigliaſſemo la terra nella ſua propria grãdezza. Imperoche di qui ſeguitarà, che ſe pare incredibile, che ſi facci minor numero di terre dalle dette granella, ponendo la terra piu grande, che non è, molto piu incredibile parerà, che ſi facci maggior numero di terre, ponendo la terra nella propria ſua grandezza. Poſto queſto così, hauerà tutta la ſfera della terra alla ſfera, della quale il diametro è vguale ad vn miglio, la medeſima proportione, che ha queſto numero 373248000000. all'1. poiche queſto numero all'1. hà proportione triplicata di quella, che hanno 7200. miglia di tutto'l diametro della terra ad vn'miglio, come qui è manifeſto.

1. 7200. 51840000. 373248000000.

Per la qual coſa, eſſendo che la ſfera del diametro di vn miglio, habbi 42875000000000000. granella, conterrà tutto il globo della terra granella

1600

4 3 2 1 0
16003008008000000000000000000.

Quāti globi vguali alla terra si farebbono del grano contenuto nelli 64. luoghi del scacchiero, nel modo, che detto habiamo.

Se adunque per questo numero partiremo il numero di tutte le granella, che si contengono in quelli 64. luoghi del gioco delli scacchi, faremo globi della terra 71 $\frac{1}{2}$. & poco piu. Tante sfere adunque, delle quali ciascheduna sia vguale à tutta la terra, composte dalle granella di coriandolo, si richiedono, per potere riempire li detti 64. luoghi del scacchiero, in quel modo, che hauemo detto: che pare incredibile.

Quante naui portariano li ducati d'oro fatti dalli quattrini che empisseso li 64. luoghi in quel modo, che è stato detto delle granella del grano.

Hora se quelle granella saranno quattrini, faremo da quelli li seguenti scudi d'oro.

4 3 2 1 0
24881766813713858585844771673 1.

Et perche di sopra hauemo detto, vna naue commodamente portare scudi d'oro 18000000. se quelli partiremo per questi, ritrouaremo essere necessarie per portare detti denari tutte queste naui,

3 2 1 0
138232037853965881032 4.

Et quanti globi della terra & del mare dette naui copreriano.

che coprirebbono tante superficie della terra & del mare, quãte vnità sono in q̃sto numero 128616267 6 per amor che di sopra hauemo posto, che naui 107476325000 2. coprino vna superficie della terra & del mare. La qual somma di denari eccede ogni capacità di ingegno humano.

In che modo facilmẽte si ritrouui la somma di 40. termini della progressione Geometrica della proportione dupla che cominci dal 1.

Similmente se alcuno desidera sapere la somma di 40. termini della medesima progressione della proportione dupla, s'hauerà primieramente da

pigliare la sõma di q̃sti 5. termini, 1.2.4.8.16. cioè 31. Di poi aggiontoli l'vnità si moltiplicarà la somma 32. in se stessa: perche leuata l'vnità dal numero prodotto, restarà la sõma di 10. termini, 1023. Di nuouo aggionta l'vnità, se la somma si moltiplicarà in se stessa, & dal prodotto si leuarà l'vnità, verrà à farsi la somma di 20. termini 1048575. Vltimamẽte, aggionta di nuouo l'vnità, se la somma si moltiplicarà in se stessa, & dal prodotto si leuarà 1. rimarrà la somma di 40. termini, 1099511627775. Tanti quattrini adunque riceuerebbe vn Duca, ò Prencipe, che vendesse 40. sue castella con questo patto, che per il primo se gli pagasse 1. quattrino, per il secondo 2. quattrini, per il terzo 4. & cosi sempre seguitando di mano in mano per la proportione dupla. Li quali quattrini tutti fanno scudi 27487790694 $\frac{1}{4}$ $\frac{7}{0}$ $\frac{5}{0}$. Che se con questi denari quel prencipe ne comprasse entrata ferma di vn'anno, di modo che 100. scudi guadagnassero solamente 5. scudi, (ancorche per l'ordinario guadagnino piu) s'hauerebbero scudi 1374389553. & barocchi 47 $\frac{1}{10}$. l'anno: quanta entrata nissũ Monarca ò Republica mai hà hauuto. Si che per niun conto sarebbe riputato sciocco, ò balordo quel Duca, (come pare a molti poco essercitati nelle cose di Aritmetica) che hauesse vendute le sue 40. Castella con la conditione predetta, ma oltra modo sauio, & accorto.

Quanto costino 40. Castella, se si vendessero in tal modo, che per il primo si paghi 1. quattrino, per il secondo 2. quattrini, & per il terzo 4. &c.

In qual modo breuemente si cauj la sõma di 24. termini della progressione Geometrica della proportione dupla, che cominci dal 1.

Vltimamente se alcuno desidera hauere speditamente la somma di 24. termini della medesima progressione, s'hauerà da pigliare prima la somma di questi tre termini 1. 2. 4. che è 7. Di poi aggiontoli l'vnità, si moltiplicarà la somma 8. in se stessa, & dal prodotto si cauarà l'vnità, per fare la somma 63. di 6. termini. Aggiongendo di nuouo l'vnità, & moltiplicando la somma 64. in se stessa, & leuando l'vnità dal numero prodotto, s'hauerà la somma 4095. di 12. termini. Finalmente aggiongendo di nuouo l'vnità, & moltiplicando la somma in se stessa, & leuãdo l'vnità dal numero prodotto, risul-

Quanto costaria vn caual-risultarà la somma di 24 termini, 16777215. Di maniera che senza ragione se ne burlarebbe di colui, che vn cauallo valoroso, che ha nelli piedi 24. chiodi, lo vendesse con questa côditione, che gli fusse pagato per il primo chiodo 1. quattrino, per il secondo, 2. per il terzo, 4. & per il quarto, 8. &c. Perche ne riceuerebbe per il cauallo 16777215 quattrini, che fanno scudi 41943 $\frac{1}{2}\frac{1}{5}$ per il qual prezzo ogniuno volontieri darebbe il suo cauallo. Et questo poco basti hauere detto delle progressioni: perche molto piu di esse scriueremo nella nostra Arithmetica piu copiosa.

lo, che hà 24. chiodi nelli piedi, se cosi si védesse, che per il primo chiodo si desse 1. quattrino, & per il secondo 2. & per il terzo 4. &c.

DEL MODO DI CAVARE LA

Radice quadrata. Cap. XXVI.

NVMERO quadrato si dice quello, che si produce da qualunque numero in se stesso moltiplicato. Come è il 4 che si produce dalla moltiplicatione del numero 2. in se stesso. Cosi ancora'l 9. essendo che si produca dal 3. in se stesso. Di piu il 2209. perche si produce dalla moltiplicatione del 47. in se stesso, &c. L'vnità ancora dalli Aritmetici si chiama numero quadrato, benche impropriamente, atteso che dal 1. in se stesso si produca. Il numero di poi, che in se moltiplicato produce il numero quadrato, si chiama lato, ouero radice del quadrato.

Che cosa sia numero quadrato.

Che sia radice quadrata.

ADVNQVE cauare la radice quadrata d'alcũ numero proposto, non è altro, che ritrouare vn numero, che moltiplicato in se stesso produchi il numero proposto, si è quadrato, ouero, se non è quadrato, facci il maggior numero quadrato côtenuto in quello. Come, per essempio, cauare la radice quadrata dal numero 2209. nô è altro, che ritrouare il numero 47. Perche questo moltiplicato in se stesso produce il proposto numero 2209. Cosi ancora cauare la radice quadrata dal numero 3375. non è altro, che ritrouare il numero 58. Perche questo in se stesso moltiplicato produce il numero quadrato 3364. che è il maggiore di tutti quadrati contenuti nel numero 3375. Imperoche il numero quadrato prossimo maggiore, del quale il lato, ouero la radice è 59. cioè d'vna vnità maggiore, che 58. è 3481.

Che cosa sia cauare la radice quadrata.

MA primieramente si deue segnare il numero proposto, dal quale si hà da cauare la radice, con certi ponti, ponendo vn ponto sotto la prima figu-

In che modo si segni con li ponti il numero, del quale si cerca la radice.

ra dalla parte destra, ouero sopra la prima figura, & vn'altro sotto la terza figura, & vn'altro sotto la quinta figura, & vn'altro sotto la settima, & cosi di mano in mano sotto la nona, vndecima, & sotto gl' altri luoghi dispari: si che ciascun pũto habbi due figure, cioè quella, sotto la quale è segnato il ponto, & l'altra precedente verso la parte sinistra; eccetto l'vltimo ponto dalla parte sinistra, che alcuna volta ha solamente vna figura, cioè quando il numero delle figure è disparo. Et tante figure hauerà la radice del numero proposto, quanti ponti sono segnati. Come li seguenti numeri cosi si segnaranno, & la

Quante figure habbia la radice del numero proposto.

21178404.
· · · ·

456789012.
· · · · ·

radice del primo hauerà in tutto quattro figure. Ma la radice del secondo si scriuerà con 5. figure.

In che modo la radice quadrata si caui dal dato numero.

Segnato in questo modo il numero, cosi si cauarà la sua radice. Sotto l'vltimo ponto dalla banda sinistra si pone la radice del maggior quadrato contenuto in quelle figure, che appartengono a quel ponto: la qual radice non può essere maggiore, che 9. Et la medesima radice si scriue dalla parte destra del numero proposto, doppo questa linea corua (. si come dicemmo della diuisione delli numeri intieri. Et questa radice a guisa d'vna figura Quotiente si moltiplica per la radice posta sotto il ponto a guisa d'vn partitore; & il numero prodotto si sottrae dal numero soprascritto, scancellate prima le figure, dalle quale si fa la sottrattione, insieme cõ la radice notata sotto il ponto, si come hauemo insegnato nella Diuisione delli numeri intieri. Ma il numero che resta, non può essere maggiore, che doppio della radice posta sotto il ponto.

Doppo questo si raddoppia la radice ritrouata, & questo numero addoppiato si scriue sotto il seguente

guente

guente ponto con questo ordine, che la prima sua figura si ponga sotto la figura, che piu vicina seguita l'vltimo ponto verso la parte destra, & l'altre, se ve ne saranno, per ordine di mano in mano, seguitando verso la sinistra, si che sotto la figura, sotto la quale si pone il seguente ponto, niente si scriua; perche sotto quella si dourà porre la noua figura del Quotiente. Posto in questo modo quel numero addoppiato, si partisce per esso il numero soprascritto, & la figura del Quotiente si scriue doppo il numero proposto dalla parte destra, & la medesima ancora sotto il ponto, per fare quasi vn partitore intiero da quel numero addoppiato, con questa figura del Quotiente. Il che fatto, si moltiplica questa figura del Quotiente in tutto quel partitore, come nella Diuisione delli intieri, & il numero prodotto si sottrae dal soprascripto numero, &c. Ma auanti che tu scriui questa noua figura del Quotiente, s'ha prima da vedere, se quella moltiplicata in quel numero addoppiato, & in se stessa posta doppo quel numero addoppiato, produce vn tal numero, che si possi sottrarre dal numero soprascritto.

Di nuouo al medesimo modo si raddoppia tutto il numero posto fin quì doppo questa linea corua (. & il numero addoppiato si scriue sotto il seguente ponto, con quell'ordine, che di sopra hauiamo dato, di modo che di nuouo si lasci voto il ponto seguente, per porre iui la nuoua figura del Quotiente. Il che fatto, si partisce per questo numero addoppiato il soprascritto numero, & si piglia tal figura per il Quotiente, che moltiplicata in quel numero addoppiato, & in se stessa posta doppo quel numero addoppiato, venga a fare vn numero, che si possi sottrarre dal soprascritto numero.

Parimente tutto il numero posto fin quì nel Quotiente si raddoppia, & si fanno tutte l'altre cose come prima: & cosi di mano in mano, fin che tutti li ponti sano spediti. Ma tutte queste cose

S 2 si fa-si faranno piu chiare con l'essempi.

HABBIASI da cauare la radice quadrata dal numero 21178404. Segnati li ponti, come è stato detto di sopra, pongo sotto l'vltimo ponto dalla parte sinistra la figura 4. cioè la radice del maggior quadrato cõtenuto nel soprascritto numero 21. (Perche il numero quadrato di maggior radice, cioè di 5. è 25.) & quella vn'altra volta scriuo doppo questa linea corua (Moltiplicando poi la figura 4. del Quotiente per la figura 4. sotto il ponto posta si fa 16. Il qual numero leuato dal 21. si come hauiamo insegnato nella Diuisione delli numeri intieri, rimane 5. Onde al seguente ponto appartieneranno queste tre figure 517.

5
~~21~~178404(46
• • • •
~~4~~86

DOPPO addoppiata la figura 4. del Quotiente si fà 8. che scriuo sotto 1. come vedi nell'essempio; & partisco 51. per 8. & ritrouo 8. esser contenuto nel 51. sei volte. Pongo adũque 6. tanto nel Quotiente doppo il 4. quanto sotto il ponto della figura 7. Ma moltiplicando questa figura 6. del Quotiẽte per tutto il partitore 86. & cauando il prodotto dal soprapposto numero 517. riman 1. Di sorte che tutte queste tre figure 184. appartieneranno al ponto che siegue.

~~51~~1
~~2117~~8404(460
• • • •
~~486~~20
9

DI nuouo raddoppiato il Quotiente 46. fin quì ritrouato, per fare 92. scriuo 2. sotto 8. & 9. sotto 1. come vedi nell'essempio, & diuido 18. per 92. Ma perche 92. non si contiene, ne pur vna volta, in 18. pongo o. così nel Quotiente, come sotto il ponto della figura 4. & scancello

~~51~~1
~~2117~~8404(4602
• • • •
~~4862~~002
~~9~~92

cello tutto il partitore 920. Et così appartienerà al l'vltimo ponto tutto questo numero 18404.

VLTIMAMENTE raddoppiato il Quotiente 460. fin quì ritrouato per fare 920. scriuo o. sotto'l o. & 2. sotto'l 4 & 9 sotto l'8. come vedi nell'essempio. Ma diuidendo 1840. per 920. ritrouo questo numero in quello essere contenuto due volte. Pongo adunque la figura 2. tanto nel Quotiente, quanto sotto il ponto del la prima figura 4. Ma moltiplicando questa figura 2. per tutto il partitore 9202. & cauando il numero prodotto dal soprascritto numero, resta nulla. Adũque la radice quadrata del numero proposto è 4602. & esso numero proposto è quadrato, atteso che niẽte sia auanzato doppo l'vltima sottrattione fatta.

~~511~~
~~21178404~~(4602
• • • •
~~486200~~2
~~992~~

HABBIASI di piu da cauare la radice quadrata dal numero 456789012. Segnati li ponti, come habbiamo insegnato, scriuo sotto l'vltimo ponto dalla banda sinistra la figura 2. cioè la radice del maggior quadrato contenuto nel soprascritto numero 4. & vn'altra volta la pongo nel Quotiente. Ma moltiplicando la figura 2 del Quotiente per la figura 2. sotto il ponto, si fà 4. che sottratto dal 4. riman nulla. Onde queste due figure 56. appartieneranno al ponto seguente.

~~4~~56789012(21
• • • • •
~~2~~41

RADDOPPIATA la figura 2. del Quotiente, si fa 4. che scriuo sotto 5. lasciando il ponto seguẽte voto, per metter'iui la noua figura del Quotiente. Ma diuidendo 5 per 4. ritrouo il Quotiente 1. che scriuo tanto doppo il Quotiente 2. quanto sotto'l ponto della figura 6.

15
~~456~~789012(213
• • •
~~24~~123
4

Et moltiplicando questa figura 1. del Quotiente per tutto il partitore 41. & cauando il numero prodotto dal 56. riman 15. Si che al seguente ponto appartengono queste quattro figure 1578.

Dipoi raddoppiato il Quotiente 21. insino à qui ritrouato, per fare 42. pongo 2. soto 7. & 4. sotto 5. Ma diuidendo 157. per 42. ritrouo il Quotiente 3. ilquale pongo così nel Quotiente, come sotto il ponto della figura 8. Et moltiplicando questa figura 3. del Quotiente per tutto il partitore 423. & sottraendo il numero prodotto da 1578. rimangono 309. Adunque appartieneranno al seguente ponto queste cinque figure 30990.

30
1819
456789012(2137
. . . . .
2412367
442

Di nvovo raddopiato il Quotiente 213. fin qui ritrouato, per fare 426 scriuo 6. sotto 9. & 2. sotto 9. & 4 sotto 0. Ma diuidendo 3099. per 426. ritrouo il Quotiente 7. il quale scriuo tanto nel Quotiēte, quanto sotto il ponto della figura 0. Et moltiplicando questa figura 7. del Quotiente per tutto il partitore 4267. & leuando il numero pdotto da 30990. restano 1121. Onde al ponto seguente appartieneranno queste sei figure 112112.

1
21
3082
181071
456789012(21372
. . . . .
241236742
44227
4

Vltimamente raddoppiato il Quotiente 2137. fin hora ritrouato, per fare 4274. pongo 4. sotto 1. & 7. sotto 1. & 2. sotto 2. & 4. sotto 1. Ma diuidendo 11211. per 4274. ritrouo il Quotiente 2. il quale

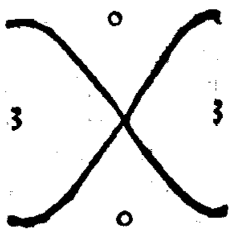
quale scriuo così nel Quotiente, come sotto 'l ponto della figura 2. Et moltiplicando questa figura 2. del Quotiente per tutto 'l partitore 42742. & leuando il numero prodotto da 111112. auanzano 26628. Adunque il numero proposto nō è quadrato, & perciò il Quotiente ritrouato 21372. nō è la sua radice, ma d'vn'altro numero, che è il maggior quadrato compreso nel dato numero, cioè del numero 456762384. Perche il quadrato prossimo maggiore, cioè che hà la radice d'vna vnità maggiore della radice ritrouata 21372. fà vn numero maggiore del numero proposto.

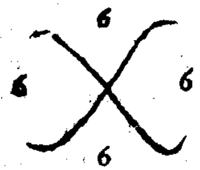
2
136
2186
308272
18107138
456789012(21372
. . . . .
241236742
44227
4

La proua della estrattione della radice quadrata è di tre sorti.

La proua del cauare la radice quadrata è di tre sorti, si come anco della Diuisione dell'intieri. Perche la prima si fa co'l buttar via li 9. L'altra co'l gittare via li 7. Et la terza per la moltiplicatione, si come è stato detto nella Diuisione delli numeri intieri. Ma la radice ritrouata si deue pigliare qui in cambio del partitore. Perche se il numero proposto si partirà per la radice ritrouata, sarà il Quotiente la istessa radice. Et se qualche numero sarà auanzato nel cauare la radice, auanzarà il medesimo nella diuisione, purche nel Quotiente si piglino le stesse figure della radice ritrouata, ancorche nell'vltima diuisione partiale si possa tal volta pigliare maggior figura, cioè ogni volta, che il resto dell'estrattione auanzarà la radice. Si che il primo essempio così si prouarà per il 9. Leuati via li 9. dalla radice 4602. restano 3. che scriuo nell'vna & l'altra banda della croce, percioche la radice è il partitore, & il Quotiente insieme, come hauemo detto. Hore se moltiplicate tra di loro queste due figure 3. & 3.

fanno 9. & leuati li 9. rimano. che pongo nella parte suprema della croce. Finalmente, leuati li 9. dal numero proposto, resta ancora o. Ma il secondo essempio così si prouarà per il 9. Leuati li 9. dalla radice 21372. riman 6. che pōgo nell'vna & l'altra banda della croce. Ma moltiplicate tra di loro queste due figure 6. & 6. fanno 36 & leuati li 9. da 36, & dal auāzo della estrattione, rimangono 6. Et altre tanto resta, se si leuaranno li 9. dal numero proposto.





Che se si moltiplicarà la radice del primo numero in se stessa, produrrassi il medesimo numero primo. Di piu se si moltiplicarà le radice del secondo numero in se stessa, & al prodotto si aggiongerà l'auanzo della estrattione, si produrrà il medesimo numero secondo.

L'auāzo nella estrattione della radice quadrata non può essere maggiore che doppio della radice ritrouata.

Qvi si deue ancora auuertire, che in nessuna estrattione di radice quadrata può essere maggior' auanzo, se pur ce sarà, che il doppio della radice ritrouata. Perche se l'auanzo fusse maggiore del doppio della radice ritrouata, ancorche fusse d'vna vnità sola, il numero proposto hauerebbe vna radice d'vna vnità maggiore di quella, che è stata ritrouata. La ragione di q̄sto è, che ciaschedun numero quadrato auāza il prossimo minore numero quadrato nel doppio della radice di esso minor quadrato, & di piu in vna vnità; si che se si aggiongerà 1. al doppio della radice di qual si voglia quadrato, & q̄sta somma al quadrato prossimo minore, si farà il quadrato prossimo maggiore. Come per essempio, il numero quadrato 64. auanza il numero quadrato 49. nel numero 15. Doue chiaramente vedi, il numero 14. essere doppio della radice del quadrato 49. che è 7. & auanzarui

Qual sia la differenza tra due quadrati prossimi.

zarui ancora vna vnità nel numero 15. & per cio se si aggiongerà 1. al 14. cioè al doppio della radice 7. & questa somma 15. al 49. farsi il numero quadrato 64. prossimo maggiore, che il 49. del quale la radice è 7. Se adunque alcuno proporrà il numero 63. acciò si caui la sua radice quadrata, si ritrouarà la radice 7. & auanzarà il numero 14. che è doppio della radice. Ma se vno proponesse il numero 64. & si trouasse la radice 7. si sarebbe fatto errore, perche auāzarebbono 15. che sono piu, che il doppio della radice 7. per la qual cosa la radice del numero 64. sarà 8.

Del modo di approssimarsi piu al vero nella radici de i numeri non quadrati. Cap. XXVII.

Perche quando il numero proposto non è
quadrato, la radice ritrouata moltiplicata in se
stessa produce vn numero minore del numero pro-
posto, si come chiaramente nel secondo essempio
s'è visto, doue la radice moltiplicata in se stessa pro-
duce vn numero, il quale dal numero proposto è
auanzato in tutto questo numero 26628. mostrare-
mo in questo luogo due vie, per le quali si ritroua-
rà la radice piu propinqua, di sorte, che il suo nume
ro quadrato dal proposto numero non quadrato sia
poco, & quasi niente differente. Perche la radice ve-
ra non si può esprimere con numero, ma solamente
per linea retta, come nella nostra Aritmetica piu co
piosa si dimostrarà. Per la prima via si trouarà ben
vna radice piu propinqua, & vn'altra piu propin-
qua, &c. in infinito, ma però sempre minore, che la
vera; talche il numero quadrato di quella sempre sia
minore del numero proposto. Per l'altra via si ritro
uarà ancora vna radice ben piu propinqua, & vn'al-
tra piu propinqua, &c. in infinito, ma sempre auan-
zarà la vera; si che il numero quadrato di quella
sempre sia maggiore del numero proposto. L'vna &
l'altra

l'altra via però è stata dimostrata Geometricamente da Teone Alessandrino nel primo libro del Almagesto di Tolomeo, & da Federico Commandino nel libro di Archimede della Dimensione del circolo.

In che modo si ritroui la radice piu propinqua, minore però che la vera.

La prima via adunque è questa. Ritrouata la radice del maggior quadrato compreso nel numero proposto, s'agionga à quella il rotto, del quale il Numeratore è l'auanzo della estrattione, cioè quel numero, nel quale il numero ꝓposto auāza il numero quadrato prossimo minore, che viene esser ꝓdotto dalla radice ritrouata moltiplicata in se stessa: Ma il Denominatore è il doppio della radice ritrouata, & di piu vna vnità, cioè nella quale vnità la radice del numero quadrato, che è ꝓssimo maggiore del numero proposto, auanza la radice ritrouata del numero quadrato, che è prossimo minore compreso nel numero proposto. Perche in questo modo sarà composta vna radice molto piu propinqua, che la ritrouata, minore però, che la vera. Alla quale, se s'aggiongerà quello, che ne risulta dalla diuisione dell'auanzo, nel quale il numero proposto nō quadrato auanza il quadrato della radice piu propinqua già ritrouata, per il numero composto dal doppio della medesima radice piu propinqua, & dall'auanzo, nel quale la radice del numero quadrato prossimo maggiore auanza la radice piu propinqua ritrouata, si cōporrà vna radice ancora piu propinqua, ma però minore, che la vera. Alla quale se di nuouo s'aggiongerà quello, che ne risulta dalla diuisione dell'auanzo, nel quale il numero proposto nō quadrato auanza il quadrato della radice propinqua vltimamente ritrouata, per il numero composto dal doppio della medesima vltima radice propinqua, & dall'auanzo, nel quale la radice del numero quadrato prossimo maggiore auanza la medesima vltima radice propinqua, si farà ancora vna radice piu propinqua, ma minore però, che la vera. Et in questo modo si potrà sempre ritrouare vna radice piu & piu propinqua in infinito, ma non si trouarà però

però mai la vera radice, ma sempre vna radice alquanto minore, che la vera.

Essempio. Sia proposto'l numero non quadrato 20. La radice del quadrato prossimo minore è 4. che moltiplicata in se stessa produce 16. & auanza 4. Se adunque alla radice 4. s'aggiōgerà il rotto $\frac{4}{9}$. il Numeratore del quale è quel auanzo, ma il Denominatore è il doppio della radice ritrouata 4. & di piu 1. si farà la radice piu propinqua $4\frac{4}{9}$. Perche il numero quadrato di questa è $19\frac{6}{8}\frac{1}{1}$. che benche sia minore del numero proposto 20. nondimeno è manco differente da quello, che il quadrato numero 16. della prima radice 4.

Levato questo quadrato $19\frac{6}{8}\frac{1}{1}$. dal numero proposto non quadrato 20. auanzano $\frac{2}{8}\frac{}{1}$. Di piu la radice 5. del quadrato 25. prossimo maggiore che'l numero proposto 20. eccede la radice propinqua $4\frac{4}{9}$. poco fa ritrouata, in questa minutia $\frac{5}{9}$. che aggionta al doppio della radice propinqua $4\frac{4}{9}$ cioè à $8\frac{8}{9}$. fa il numero $9\frac{4}{9}$. per il quale se si diuiderà quel resto $\frac{2}{8}\frac{0}{1}$. si farà il Quotiente $\frac{1}{6}\frac{8}{8}\frac{0}{5}$. che aggionto alla radice propinqua $4\frac{4}{9}$. prossimamente ritrouata, farà la radice piu propinqua $4\frac{2}{6}\frac{9}{8}\frac{1}{9}\frac{6}{6}\frac{0}{5}$. cioè $4\frac{}{1}\frac{8}{7}$. Imperoche il numero quadrato di questa è $19\frac{2}{2}\frac{8}{8}\frac{5}{9}$. il quale ancora è minore che il numero proposto 20. non quadrato, ma piu s'accosta però à quello, che il quadrato $19\frac{6}{8}\frac{1}{1}$. della radice $4\frac{4}{9}$. ritrouata auanti questa radice $4\frac{}{1}\frac{8}{7}$.

Di nuouo sottratto questo quadrato $19\frac{2}{2}\frac{8}{8}\frac{5}{9}$. dal numero proposto 20. non quadrato, auanzano $\frac{}{2}\frac{4}{8}\frac{}{9}$. Di piu la radice 5. del quadrato 25. prossimo maggiore del numero proposto 20. eccede la radice propinqua $4\frac{}{1}\frac{8}{7}$. vltimamente ritrouata, in questa minutia $\frac{}{1}\frac{9}{7}$. che aggionta al doppio dell'vltima radice propinqua $4\frac{}{1}\frac{8}{7}$. cioè à $8\frac{1}{1}\frac{6}{7}$. fa il numero $9\frac{}{1}\frac{8}{7}$. per il quale se si partirà quel resto $\frac{}{2}\frac{4}{8}\frac{}{9}$. si farà il Quotiente $\frac{}{4}\frac{6}{6}\frac{8}{5}\frac{}{2}\frac{}{9}$. che aggionto alla radice propinqua $4\frac{}{1}\frac{8}{7}$. vltimamente te ritrouata, farà la radice piu propinqua $4\frac{373388}{790993}$. cioè $4\frac{76}{161}$. Perche il numero quadrato di qsta è $19\frac{25901}{25921}$. il quale è minore ancora che il numero proposto 20. non quadrato, ma però se gli accosta più, che il quadrato $19\frac{285}{289}$ della radice propinqua $4\frac{8}{17}$. ritrouata auanti questa radice $4\frac{76}{161}$. Et cosi in questo modo ci potremo accostare tutta via piu, & piu alla verità, alla quale nondimeno mai arriuaremo, ma sempre da quella mancaremo in qualche cosa.

In che modo si ritroui la radice piu propinqua, maggiore però che la vera.

L'ALTRA via è questa. Ritrouata la radice del maggior quadrato compreso nel numero proposto, s'aggionga à quella il rotto, della quale il Numeratore è il resto della estrattione, cioè quel numero, nel quale il numero proposto auanza il numero quadrato prossimo minore, che viene essere prodotto dalla radice ritrouata moltiplicata in se stessa: Ma il Denominatore è il doppio della radice ritrouata. Perche in questo modo si comporrà vna radice molto piu propinqua che la ritrouata, maggiore però che la vera. Dalla quale se si leuarà quello, che ne prouiene dalla diuisione dell'auanzo, nel quale il numero quadrato della radice piu propinqua già ritrouata auāza il numero pposto, p il doppio della medesima radice piu propinqua, ne rimarrà vna radice ancora piu propinqua, ma maggiore però che la vera. Dalla quale se di nuouo si sottrarrà quello, che prouiene dalla diuisione dell'auanzo, nel quale il numero quadrato della radice propinqua vltimamente ritrouata auanza il numero proposto, per il doppio della medesima radice vltima propinqua, restarà vna radice ancora piu propinqua, ma però maggiore, che la vera. Et in questo modo si potrà sempre ritrouare vna radice piu & piu propinqua in infinito, ma non si trouarà però mai la radice vera, ma sempre vna radice alquāto maggiore, che la vera.

ESSEMPIO. Sia proposto il medesimo numero 20. non quadrato. La radice del quadrato prossimo minore è 4. che moltiplicata in se stessa fa 16. & auan

auanzano 4. Se adunque alla radice 4. s'aggiongerà il rotto $\frac{4}{8}$. del quale il Numeratore è quel resto, ma il Denominatore è il doppio della radice ritrouata 4. si farà la radice piu propinqua $4\frac{4}{8}$. cioè $4\frac{1}{2}$. Perche il numero quadrato di questa è $20\frac{1}{4}$. ilquale senza dubio è maggiore, che'l numero proposto 20. ma manco differente da quello che il quadrato numero 16. della prima radice 4.

HORA se'l $\frac{1}{4}$. cioè l'eccesso, nel quale il numero quadrato $20\frac{1}{4}$. della radice $4\frac{1}{2}$. prossimamente ritrouata auanza il numero proposto 20. si diuiderà per il doppio della radice propinqua $4\frac{1}{2}$. gia ritrouata, cioè per 9. si farà il Quotiente $\frac{1}{36}$. che leuato dalla radice $4\frac{1}{2}$. prossimamente ritrouata, restarà la radice piu propinqua $4\frac{34}{72}$. cioè $4\frac{17}{36}$. Perche il numero quadrato di questa è $20\frac{1}{1296}$. che è maggiore ancora, che'l numero proposto 20. ma māco si discosta da quello, che il quadrato $20\frac{1}{4}$. della radice $4\frac{1}{2}$. ritrouata auanti questa.

CHE se di nuouo'l $\frac{1}{1296}$. cioè l'eccesso, nel quale il numero quadrato $20\frac{1}{1296}$. della radice $4\frac{17}{36}$. pssimamēte ritrouata auāza il numero ppposto 20. si diuiderà p il doppio della radice $4\frac{17}{36}$. vltimamēte ritrouata, cioè p $8\frac{34}{36}$. ouero per $8\frac{17}{18}$ si farà il Quotiente $\frac{1}{11592}$. che sottratto dal la radice $4\frac{17}{15}$. prossimamente ritrouata, rimarrà la radice piu propinqua $4\frac{197028}{417312}$. cioè $4\frac{5473}{11592}$. Perche il numero quadrato di questa è $20\frac{1}{134374464}$. il quale è maggiore ancora che'l numero proposto 20. ma è molto meno lontano da quello, che il quadrato $20\frac{1}{1296}$. della radice $4\frac{17}{18}$. ritrouata auanti questa. Et così in questo modo si potrà tutta via piu & piu accostarsi alla verità, alla quale però non arriuaremo mai, ma sempre l'auanzaremo in qualche cosa.

SARREBBE hora tēpo di trattare della estrattione della radice cubica, & dell'altre radici, le quali sono infinite: ma perche il trattare di queste è cosa molto difficile, & la inuentione della radice quadrata

drata è piu necessaria per intendere i libri di Archimede, Tolomeo, & dell'altri Matematici, à posta lo differiamo nella nostra Aritmetica piu piena. Doue non solo trattaremo di tutte le radici, & del modo di approssimarsi piu al vero, ma dichiararemo ancora infinite altre cose, delle quali à posta in questo compendio ci siamo astenuti.

I L   F I N E.

L'errori occorsi nella stampa si correggeranno cosi.

Pag.	Lin.	Errori.	Correttioni.
22.	10.	li 6.	li 7.
23.	18.	li 6.	li 7.
34.	5.	s'haueria	s'hauerà
36.	5.	predetto	prodotto
41.	3.	qual si voglia	per qual si voglia
41.	6.	& ordinato	& ordinati
56.	16.	Scancellara	Scancellata
61.	20.	dal 233.	dal 223.
64.	13.	non si pad	non si può
66.	36.	partirore	partitore
67.	33.	opratione	operatione
68.	25.	sottraggone	sottraggano
70.	27.	& so	& fo
80.	4.	Dominatore	Denominatore
85.	22.	à $\frac{3}{7}$.	à $\frac{3}{4}$
94.	34.	auanzo 2.	auanzorno 2.
108.	1.	$\frac{39}{10}$	è $\frac{39}{10}$
114.	3.	Quotiēte $\frac{11}{16}$.	Quotiente 1 $\frac{11}{16}$.
122.	30.	sarà	farà
123.	20.	il numero di	il numero 6. di
125.	16.	necessarij.	necessarie.
140.	vlt.	300.	23000.

Pag.

Pag.	Lin.	Errori.	Correttioni.
157.	19.	denaro fa	denarò suo fa
163.	1.	alcuni mesi	due mesi
166.	18.	& che	& da che
169.	22.	scudi 189.	scudi 198.
175.	5.	$\frac{9}{12}$	$\frac{6}{12}$
177.	3.	il numero	il minimo numero
186.	32.	$\frac{1}{13}$. Di zëzero	$\frac{5}{13}$. di zenzero
196.	1.	essamini	s'essamini
199.	2.	180. & $\frac{3}{5}$. sono ancora 180.	200. & $\frac{3}{5}$. sono 180.
199.	3.	360.	380.
207.	16.	primi	primi due
219.	vlt.	11 $\frac{11}{17}$.	11 $\frac{13}{17}$.
227.	3.	in 2. hore	in 12. hore
228.	9.	$\frac{2}{3}$.	$\frac{2}{5}$.
230.	28.	la $\frac{1}{3}$.	la $\frac{1}{2}$.
235.	17.	& ritrouaremo	ritrouaremo
263.	29.	'l numero 8.	'l numero 18.
265.	13.	s'aggiongerà	se s'aggiongerà
270.	15.	d'oro 18000000.	d'oro 180000000.

Di piu.

61. nell'vltimo essempio in cambio del Quotiente 5. si ponghi 6.

85. nella postilla in vece di, à minimi, leggi, à minori.

163. nell'essempio per questi tre numeri 1200. 1200. 1200. riponi questi tre 12000. 12000. 12000.

167. dopo'l secondo essempio metterai queste parole. & ritrouarai il guadagno del primo essere 960. & del secondo 320.

225. nell'essempio in luogo del M. poni P.

226. in vece del 4. al pie della croce poni 3.

264. in luogo dell'essempio si mettera questo altro.

5 4 3 2 1 0
6867367640585024969315698178562.

270. nel primo essempio in cambio dell'8. posto sotto'l 3. scriui 0.

TAVO-

A.

TAVOLA DE I CAPI
DI QVESTA ARITMETICA.

TAVOLA DELLE COSE
IV PRINCIPALI,
CHE IN CIASCHEDVNO CAPItolo si contengono.

3. Nel modo di sottrarre l'intieri.

4. Nel moltiplicare de i numeri intieri.

5. Nel partire de i numeri intieri.

ro le

12. Nel modo di sottrarre de i numeri rotti.

13. Nel modo di moltiplicare i numeri rotti.

14. Nel modo di diuidere i numeri rotti.

15. Nel modo di inestare i numeri rotti.

16. Nelle Questioncelle delli numeri intieri & rotti.

17. Nella regola del tre.

18. Nella regola del tre Euersa, ouero voltata all'indietro.

19. Nella regola del tre composta.

20. Nella regola delle compagnie.

21. Nella regola di Alligatione.

22. Nella Regola del falso di semplice positione.

23. Nella Regola del falso di doppia positione.

24. Nelle progressioni Aritmetiche.

25. Nelle progressioni Geometriche.

26. Nel modo di cauare la Radice quadrata.

27. Nel modo di approssimarsi piu al vero nelle radici de i numeri non quadrati.

IL FINE.

REGISTRO.

A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T.

Tutti ſono fogli intieri.

IN ROMA,

Appreſſo Dominico Baſa.

FA 5C 136